

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2018-2019

Câu I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{x+7}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9} \text{ (với } x > 0, x \neq 9 \text{)}$$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
2. Rút gọn biểu thức B.
3. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A + \frac{1}{B}$.

Câu II: (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 260km, sau khi ô tô đi được 120km với vận tốc dự định thì tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô, biết xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút.

Câu III: (2,0 điểm)

1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ x+my=1 \end{cases}$ (m là tham số).

Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất (x, y) sao cho x, y là các số nguyên.

2. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2mx - 4m$ (m là tham số)

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .

b) Giả sử x_1, x_2 là hoành độ của A, B . Tìm m để $|x_1| + |x_2| = 3$.

Câu IV: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$, đường kính BC ($AB > AC$). Từ A kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tia BC tại M. Kẻ dây AD vuông góc với BC tại H.

- 1) Chứng minh rằng: AMDO nội tiếp.
- 2) Giả sử $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính diện tích viên phân giới hạn bởi dây AC và cung AC nhỏ theo R.
- 3) Kẻ AN vuông góc với BD (N thuộc BD), gọi E là trung điểm của AN, F là giao điểm thứ hai của BE với (O) , P là giao điểm của AN với BC, Q là giao điểm của AF với BC.

- a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.
- b) Chứng minh $BH^2 = BP.BQ$.
- 4) Từ F kẻ đường thẳng song song với BC cắt AD và AM lần lượt tại I và K . Chứng minh rằng F là trung điểm IK .

Câu V: (0,5 điểm) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a \geq 2; b \geq 5; c \geq 5$ và $2a^2 + b^2 + c^2 = 69$.

Tính GTNN của $P = 12a + 13b + 11c$.

ĐÁP ÁN
ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1:

1. Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{16+7}{\sqrt{16}} = \frac{23}{4}$$

2. $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2x+5\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \sqrt{x}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 9$ thì $B = \sqrt{x}$.

3. Với $x > 0, x \neq 9$ thì $P = A + \frac{1}{B} = \frac{x+7}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} = 2\sqrt{x} + \frac{7}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{2\sqrt{x} \cdot \frac{7}{\sqrt{x}}} = 2\sqrt{14}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $2\sqrt{x} = \frac{7}{\sqrt{x}} \Rightarrow 2x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$ (tmđk)

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $2\sqrt{14}$ khi $x = \frac{7}{2}$.

Câu II:

Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h, $x > 0$)

Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{260}{x}$ (h)

Thời gian thực tế ô tô đi trên quãng đường dài 120 km là $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian thực tế ô tô đi trên quãng đường còn lại là $\frac{140}{x+10}$ (h)

Vì xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút $= \frac{1}{3}$ h nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{120}{x} + \frac{140}{x+10} + \frac{1}{3} &= \frac{260}{x} \\ \Leftrightarrow 360x + 3600 + 420x + x^2 + 10x &= 780x + 7800 \\ \Leftrightarrow x^2 + 10x - 4200 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -70(\text{KTM}) \\ x = 60(\text{TM}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 60 km/h.

Câu III:

1. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m \neq 2$.

$$\text{HPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ x + my = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ (m-2)y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = \frac{-2}{m-2} \end{cases}.$$

Với $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 3 - 2y \in \mathbb{Z}$. Vậy, để x, y là các số nguyên $\Leftrightarrow \frac{-2}{m-2} \in \mathbb{Z}$.

$$\Rightarrow m-2 \in U(2) \Rightarrow m-2 = \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow m = \{0; 1; 3; 4\}.$$

2.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) cắt (P)

$$x^2 + 2mx + 4m = 0$$

$$\text{Có } \Delta' = m^2 - 4m = m(m - 4).$$

a)

Đề (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m(m - 4) > 0 \Leftrightarrow m > 4 \text{ hoặc } m < 0.$$

b)

$$\text{Theo hệ thức Vi-et có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m; \\ x_1 \cdot x_2 = 4m \end{cases}.$$

$$+) \text{ Xét } m > 4 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 4m > 0$$

$$\text{Do đó, } |x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow |x_1 + x_2| = 3 \Leftrightarrow |-2m| = 3 \Leftrightarrow 2m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \text{ (loại, vì } m > 4 \text{)}.$$

$$+) \text{ Xét } m < 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 4m < 0$$

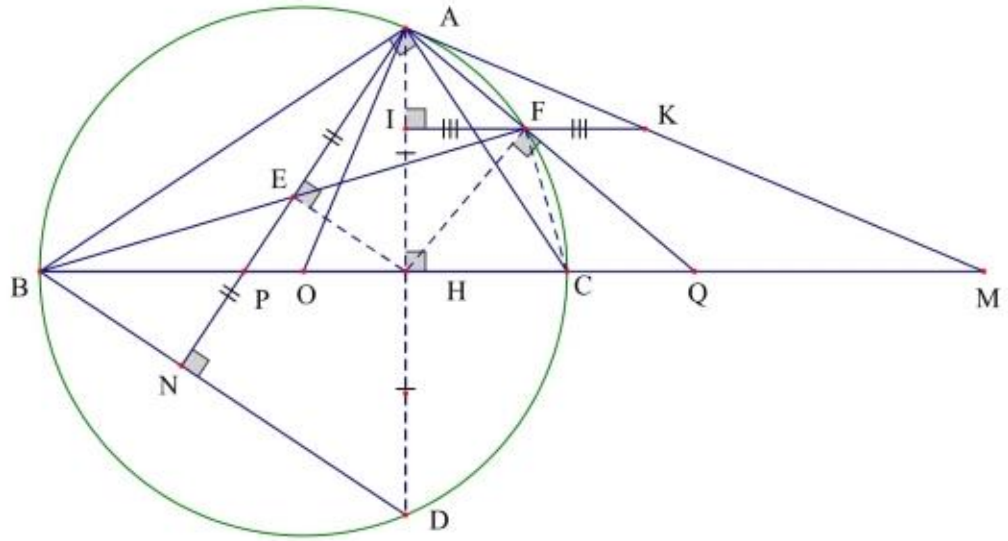
$$\text{Do đó, } |x_1| + |x_2| = 3 \Leftrightarrow |x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 4m} = 3$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 16m - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{9}{2} & (\text{loại}) \\ m = -\frac{1}{2} & (\text{nhận}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{1}{2}.$$

Câu IV:



1) Dễ dàng chứng minh được $\widehat{ODM} = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AODM$ nội tiếp (tổng hai góc đối bằng 180°).

2) $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta AOC$ đều $\Rightarrow S_{\Delta OAC} = R^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$.

$$S_{\text{quat}AOC} = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi R^2 60}{360} = \frac{\pi R^2}{6}$$

$$\Rightarrow S_{\text{vp}CFA} = S_{\text{quat}AOC} - S_{\Delta OAC} = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{R^2 (2\pi - 3\sqrt{3})}{12}$$

3)

a) Xét (O) có $\widehat{BAD} = \widehat{BFA} = \frac{1}{2} \text{sd } \widehat{AB}$ (góc nội tiếp).

Mà EH là đường trung bình của $\Delta AND \Rightarrow EH \parallel ND \Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{ADN}$ (hai góc ở vị trí so le).

$\widehat{AFE} = \widehat{AHE} \Rightarrow AEHF$ nội tiếp (hai góc kề bằng nhau cùng chắn cung AE)

b) Ta có

- $\widehat{BEP} = \widehat{AEF}$ (đối đỉnh)
- $\widehat{AEF} = \widehat{AHF} = \frac{1}{2} \widehat{FA}$ (tứ giác $AEHF$ nội tiếp)
- $\widehat{AHF} = \widehat{AQH}$ (cùng phụ với $\widehat{QHF}$)

Suy ra $\widehat{BEP} = \widehat{BQF}$

Xét tam giác BPE và tam giác BFQ có

+ $\widehat{B}$ chung

+ $\widehat{BEP} = \widehat{BQF}$ (chứng minh trên)

$$\text{Suy ra } \triangle BPE \sim \triangle BFQ \Rightarrow \frac{BP}{BF} = \frac{BE}{BQ} \Rightarrow BP.BQ = BE.BF \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta có } \triangle BEH \sim \triangle BHF \Rightarrow \frac{BE}{BH} = \frac{BH}{BF} \Rightarrow BH^2 = BE.BF \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $BH^2 = BP.BQ$

$$4) \text{ Ta có: } \widehat{HAM} = \widehat{NBA} \left(= \frac{1}{2} s\widehat{AD} \right)$$

$$\text{Khi đó: } \triangle HAM \sim \triangle NBA \Rightarrow \frac{BN}{AH} = \frac{AN}{HM}$$

Mặt khác:

$$\widehat{EBN} = \widehat{HAQ} \left(= \frac{1}{2} s\widehat{AF} \right)$$

$$\text{Suy ra: } \triangle EBN \sim \triangle QAH \Rightarrow \frac{BN}{AH} = \frac{EN}{QH}$$

$$\text{Khi đó: } \frac{AN}{HM} = \frac{EN}{QH} \text{ mà } E \text{ là trung điểm } AN \Rightarrow EN = \frac{1}{2} AN \Rightarrow HQ = \frac{1}{2} HM \Rightarrow HQ = QM$$

$$\text{Do } IK \parallel HM \Rightarrow \frac{IF}{HQ} = \frac{FK}{QM} \Rightarrow FI = FK \Rightarrow F \text{ là trung điểm } IK$$

Câu 5:

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 2 + x \\ b = 5 + y \\ c = 5 + z \end{cases} \Rightarrow x, y, z > 0$$

$$\text{Khi đó từ giả thiết ta có: } 2x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 10z = 11$$

$$\text{Giả sử } \max \{y, z\} > 1. \text{ Do đó } x, y, z \geq 0 \Rightarrow VT (*) > 11$$

$$\text{Suy ra: } 0 \leq y, z \leq 1$$

$$\text{Mặt khác dễ thấy } (*) \Rightarrow x < 2$$

Khi đó ta có:

$$\begin{cases} 4x \geq 2x^2 \\ 3y \geq y^2 \\ z \geq z^2 \end{cases} \Rightarrow 4x + 3y + z \geq 2x^2 + y^2 + z^2 \Rightarrow 12x + 13y + 11z \geq 2x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 10z = 11$$

$$\text{Suy ra } P = 12(x+2) + 13(y+5) + 11(z+5) = 12x + 13y + 11z + 144 \geq 11 + 144 = 155$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 155 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2x^2 \\ 3y = y^2 \\ z = z^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$$