

ĐỀ THI THỬ VÀO 10 THPT
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

Câu 1 (2,0 điểm)

- Giải phương trình: $2x^2 - 3x - 5 = 0$.
- Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$
- Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (m là tham số).

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \leq \sqrt{2}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{a}} + \frac{1}{1+\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{a}} - \frac{1}{1+\sqrt{a}} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{a}}$ (với $a > 0; a \neq 1$)

- Rút gọn A.
- Tính giá trị của A khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$.

Câu 3 (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - a - 1$ và parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

- Tìm a để đường thẳng d đi qua điểm A (-1; 3).
- Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $x_1 x_2 (y_1 + y_2) + 48 = 0$

Câu 4: (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Hai đường cao AD, BE ($D \in BC; E \in AC$) lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là M và N.

- Chứng minh rằng: bốn điểm A, E, D, B nằm trên một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.
- Chứng minh rằng: MN // DE.
- Cho (O) và dây AB cố định. Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE luôn không đổi khi điểm C di chuyển trên cung lớn AB.
- Tìm vị trí điểm C trên cung lớn AB cố định để diện tích tam giác CDE lớn nhất

Câu 5: (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn: $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = a^2(b-c) + b^2(c-b) + c^2(1-c)$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10 THPT
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018-2019

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN ĐỀ A

Câu	Nội dung	Điểm
1 (2,0đ)	a) Ta có: $a - b + c = 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -1$, $x = \frac{5}{2}$	1,0
	b) Hệ đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} -13y = 13 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; -1)$.	0,25 0,25
	c) Điều kiện PT có 2 nghiệm không âm x_1, x_2 là $\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0 \\ x_1 x_2 \geq 0 \Leftrightarrow 2m \geq 0 \end{cases}$ Theo hệ thức Vi-ét: $x_1 + x_2 = 2(m+1)$, $x_1 x_2 = 2m$. Ta có $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} \leq 2$ $\Leftrightarrow 2m + 2 + 2\sqrt{2m} \leq 2 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn)	0,5
	a) Ta có: $A = \left(\frac{1+\sqrt{a}-1-\sqrt{a}}{1-a} \right) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{a}-1+\sqrt{a}}{1-a} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{a}}$ $= \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}-a}$	0,5 0,5
2 (2,0đ)	b) Ta có: $7 + 4\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^2$ nên $\sqrt{a} = 2 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$ Vậy $A = \frac{1}{2 + \sqrt{3} - 7 - 4\sqrt{3}} = \frac{-1}{5 + 3\sqrt{3}} = \frac{1}{2}(5 - 3\sqrt{3})$.	0,5 0,5
	a) Vì (d) đi qua điểm $A(-1; 3)$ nên thay $x = -1; y = 3$ vào hàm số: $y = 2x - a + 1$ ta có: $2(-1) - a + 1 = 3 \Leftrightarrow a = -4$.	1,0
3 (2,0đ)	b) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2}x^2 = 2x - a + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2a - 2 = 0$ (1). Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 6 - 2a > 0 \Leftrightarrow a < 3$.	0,25
	Vì $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là tọa độ giao điểm của (d) và (P) nên $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (1) và $y_1 = 2x_1 - a + 1$, $y_2 = 2x_2 - a + 1$. Theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = 4$; $x_1 x_2 = 2a - 2$. Thay y_1, y_2 vào $x_1 x_2 (y_1 + y_2) + 48 = 0$ ta có: $x_1 x_2 (2x_1 + 2x_2 - 2a + 2) + 48 = 0$ $\Leftrightarrow (2a - 2)(10 - 2a) + 48 = 0 \Leftrightarrow a^2 - 6a - 7 = 0$ $\Leftrightarrow a = -1$ (thỏa mãn $a < 3$) hoặc $a = 7$ (không thỏa mãn $a < 3$)	0,25
	Vậy $a = -1$ thỏa mãn đề bài.	0,25

	<p>Do AD, BE là đường cao của ΔABC (giả thiết) nên :</p> <p>$\hat{A}DB = 90^\circ$ và $\hat{A}EB = 90^\circ$</p> <p>Xét tứ giác $AEDB$ có</p> <p>$\hat{A}DB = \hat{A}EB = 90^\circ$ nên bốn điểm A, E, D, B cùng thuộc đường tròn đường kính AB.</p> <p>Tâm I của đường tròn này là trung điểm của AB.</p>		1,0
4 (3đ)	<p>b Xét đường tròn (I) ta có: $\overline{D}_1 = \overline{B}_1$ (cùng chắn cung \widehat{AE})</p> <p>b Xét đường tròn (O) ta có: $\overline{M}_1 = \overline{B}_1$ (cùng chắn cung \widehat{AN})</p> <p>Suy ra: $\overline{D}_1 = \overline{M}_1 \Rightarrow MN \parallel DE$ (do có hai góc đồng vị bằng nhau).</p>	1,0	
	<p>Cách 1: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC.</p> <p>*) Xét tứ giác $CDHE$ ta có : $CEH = 90^\circ$ (do $AD \perp BC$)</p> <p>$CDH = 90^\circ$ (do $BE \perp AC$)</p> <p>suy ra $CEH + CDH = 180^\circ$, do đó $CDHE$ nội tiếp đường tròn đường kính CH. Như vậy đường tròn ngoại tiếp ΔCDE chính là đường tròn đường kính CH, có bán kính bằng $\frac{CH}{2}$.</p> <p>*) Kẻ đường kính CK, ta có:</p>		
	<p>c $KAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow KA \perp AC$,</p> <p>mà $BE \perp AC$ (giả thiết) nên $KA \parallel BH$ (1)</p> <p>chứng minh tương tự cũng có: $BK \parallel AH$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2), suy ra $AKBH$ là hình bình hành.</p> <p>Vì I là trung điểm của AB từ đó suy ra I cũng là trung điểm của KH, lại có O là trung điểm của CK vậy nên $OI = \frac{CH}{2}$ (t/c đường trung bình)</p> <p>Do AB cố định, nên I cố định suy ra OI không đổi.</p> <p>Vậy khi điểm C di chuyển trên cung lớn AB thì độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE luôn không đổi.</p>	0,5	
	<p>d C/m được hai tam giác CDE và CAB đồng dạng $\Rightarrow \frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle CAB}} = \left(\frac{CD}{CA}\right)^2 = \left(\cos \hat{A}CB\right)^2$</p> <p>Không đổi vì AB cố định. Để $S_{\triangle CDE}$ max thì $S_{\triangle CAB}$ max $\Leftrightarrow CH$ max $\Leftrightarrow C$ là điểm chính giữa của cung BC</p>	0,5	

<p>4c) Cách 2: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC $\Rightarrow BH \perp AC; CH \perp AB$ (1') Ké đường kính AK suy ra K cố định và $\angle ABK = \angle ACK = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)). $\Rightarrow KB \perp AB; KC \perp AC$ (2') Từ (1') và (2') suy ra: $BH \parallel KC; CH \parallel KB$. Suy ra BHCK là hình bình hành. $\Rightarrow CH = BK$. Mà BK không đổi (do B, K cố định) nên CH không đổi. c/m từ giác CDHE nội tiếp đường tròn đường kính CH. $\Rightarrow \text{đpcm}.$</p>		
<p>Từ $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1 \Rightarrow a^2(b-c) \leq 0$ Theo BĐT Cô-si ta có: $b^2(c-b) = \frac{1}{2}b.b.(2c-2b) \leq \frac{1}{2}\left(\frac{b+b+2c-2b}{3}\right)^3 = \frac{4c^3}{27}$ Suy ra: $Q \leq \frac{4c^3}{27} + c^2(1-c) = c^2 - \frac{23}{27}c^3 = c^2\left(1 - \frac{23}{27}c\right) = \left(\frac{54}{23}\right)^2 \cdot \frac{23c}{54} \cdot \frac{23c}{54} \cdot \left(1 - \frac{23}{27}c\right)$ <p style="text-align: center;">5 (1đ)</p> $\leq \left(\frac{54}{23}\right)^2 \cdot \left(\frac{\frac{23c}{54} + \frac{23c}{54} + 1 - \frac{23c}{27}}{3}\right)^3 = \left(\frac{54}{23}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{108}{529}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2(b-c) \\ b=2c-2b \\ \frac{23c}{54}=1-\frac{23c}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=\frac{12}{23} \\ c=\frac{18}{23} \end{cases}$ Vậy $\text{Max } Q = \frac{108}{529} \Leftrightarrow a=0; b=\frac{12}{23}; c=\frac{18}{23}$.</p>	<p style="text-align: right;">0,25</p> <p style="text-align: right;">0,5</p> <p style="text-align: right;">0,25</p>	

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Đối với câu 4 (Hình học): *Không vẽ hình, hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm;*
- Các trường hợp khác tô chấm thông nhất phương án chấm.