

TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018-2019
MÔN THI: TOÁN HỌC
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Không dùng máy tính, hãy rút gọn biểu thức sau:

$$A = (\sqrt{22} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}}$$

b) Rút gọn biểu thức sau:

$$B = \left(\frac{x}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+6}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - 1 \right)$$

Câu 2 (1,5 điểm).

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 17x + 2y = 2011|xy| \\ x - 2y = 3xy. \end{cases}$$

Câu 3 (1,5 điểm). Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong.

Câu 4 (1,5 điểm). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x - 26 = 0$.

a) Hãy tính giá trị của biểu thức: $C = x_1(x_2 + 1) + x_2(x_1 + 1)$.

b) Lập phương trình bậc hai nhận $y_1 = \frac{1}{x_1 + 1}$ và $y_2 = \frac{1}{x_2 + 1}$ là nghiệm.

Câu 5 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, vẽ đường cao AD và BE . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC .

a) Chứng minh: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$

b) Chứng minh: $DH \cdot DA \leq \frac{BC^2}{4}$

c) Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC .

Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$

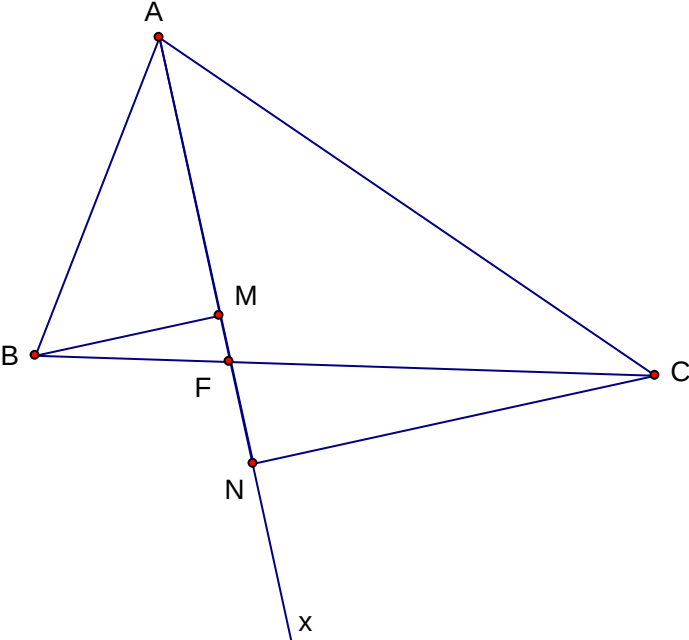
Câu 6 (1,0 điểm).

Cho $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh rằng: $2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$.

HƯỚNG DẪN CHẤM THI VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018-2019
MÔN THI: TOÁN HỌC

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	$A = (\sqrt{22} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}} = (\sqrt{11} + 7)\sqrt{60 - 14\sqrt{11}}$ $= (\sqrt{11} + 7)\sqrt{(7 - \sqrt{11})^2}$ $= (\sqrt{11} + 7)(7 - \sqrt{11})$ $= 7^2 - (\sqrt{11})^2 = 38$	0,25 0,25 0,25
	Điều kiện xác định của B: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$ $A = \frac{x(\sqrt{x} + 2) - (x - 1)(\sqrt{x} - 2) - (\sqrt{x} + 6)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} : \frac{\sqrt{x} + 2 - (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{x\sqrt{x} + 2x - (x\sqrt{x} - 2x - \sqrt{x} + 2) - \sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} : \frac{\sqrt{x} + 2 - \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ $= \frac{4x - 8}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{4}$ $= \frac{x - 2}{\sqrt{x} + 2}$	0,25 0,25
Câu 2	Nếu $xy > 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = 2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1007}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{490}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{490} \\ y = \frac{9}{1007} \end{cases}$ (phù hợp)	0,5
	Nếu $xy < 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = -2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{-1004}{9} \\ \frac{1}{x} = -\frac{1031}{18} \end{cases} \Rightarrow xy > 0$ (loại)	0,5
	Nếu $xy = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x = y = 0$ (nhận).	0,25
	KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0; 0)$ và $(\frac{9}{490}; \frac{9}{1007})$	0,25
	Nếu $xy > 0$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = 2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1007}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{490}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{490} \\ y = \frac{9}{1007} \end{cases}$ (phù hợp)	0,5

Câu 3	Gọi thời gian làm một mình xong công việc của thứ nhất là x(h, $x > 7,2$) Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ, $y > 7,2$) Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (cv); người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (cv) & cả hai làm được $\frac{5}{36}$ (cv) $\Rightarrow$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$ Giải hệ được x = ; y = Vậy	0,5 0,25 0,5 0,25
Câu 4	a) Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho nên theo định lí Viet ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}, x_1 x_2 = -13$ Ta có $C = x_1 x_2 + x_1 + x_1 x_2 + x_2$ $= 2x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 2(-13) + \left(-\frac{3}{2}\right)$ $= -26 - \frac{3}{2} = -\frac{55}{2}$ b) $\begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{-1}{27} \\ y_1 \cdot y_2 = \frac{-2}{27} \end{cases}$ $\rightarrow y_1$ và y_2 là nghiệm của pt: $y^2 + \frac{1}{27}y - \frac{2}{27} = 0$	0,25 0,25 0,25 1,0 0,5
Câu 5	Ta có $\tan B = \frac{AD}{BD}$; $\tan C = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot DC}$ (1) Xét 2 tam giác vuông ADC và BDH có $\angle DAC = \angle DBH$ vì cùng phụ với góc C nên ta có : $\triangle ADC \sim \triangle BDH \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DH} \Rightarrow AD \cdot DH = BD \cdot DC \Rightarrow \frac{AD^2}{BD \cdot DC} = \frac{AD}{HD}$ (2)	0.25 0,5 0,25 0,25

	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$.	0,25
	Theo câu a. ta có: $DH \cdot DA = DB \cdot DC \leq \frac{(DB+DC)^2}{4} = \frac{BC^2}{4}$	1,0
	 Gọi Ax là tia phân giác góc A, kẻ BM; CN lần lượt vuông góc với Ax Ta có $\sin MAB = \sin \frac{A}{2} = \frac{BM}{AB}$ suy ra $BM = c \cdot \sin \frac{A}{2}$ Tương tự $CN = b \cdot \sin \frac{A}{2}$ do đó $BM + CN = (b+c) \cdot \sin \frac{A}{2}$ Mặt khác ta luôn có: $BM + CN \leq BF + FC = BC = a$ Nên $(b+c) \cdot \sin \frac{A}{2} \leq a \Rightarrow \sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$	0,25
Câu 6	Do $a < 1 \Rightarrow a^2 < 1$ và $b < 1$ Nên $(1-a^2) \cdot (1-b) > 0 \Rightarrow 1+a^2b-a^2-b > 0$ Hay $1+a^2b > a^2+b$ Mặt khác $0 < a, b < 1 \Rightarrow a^2 > a^3$; $b > b^3$ $\Rightarrow b+a^2 > a^3+b^3$ $\Rightarrow a^3+b^3 < 1+a^2b$ Tương tự ta có $b^3+c^3 < 1+b^2c$ $a^3+c^3 < 1+c^2a$ Vậy $2a^3+2b^3+2c^3 < 3+a^2b+b^2c+c^2a$	0,25 0,25 0,25 0,25