Đề thi thử THPT Quốc gia năm 2019

Môn Toán

hội 8 trường chuyên đồng bằng sông Hồng lần 1

HỘI 8 TRƯỜNG CHUYÊN
LẦN THI CHUNG THỨ NHẤT
Mã đề 280

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
Môn Toán – Lớp 12
Năm học 2018-2019
Thời gian làm bài: **90 phút**

Câu 1: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là.

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (U_n) có công bội dương và $u_2=\dfrac{1}{4};u_4=4$. Tính giá trị của u_1.

A. $u_1=\dfrac{1}{6}$. **B.** $u_1=\dfrac{1}{16}$. **C.** $u_1=-\dfrac{1}{16}$. **D.** $u_1=\dfrac{1}{2}$

Câu 3: Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy . Diện tích của hình nón bằng 9π . Khi đó đường cao của hình nón bằng.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 4: Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng là.

A. Mặt phẳng. **B.** Một mặt cầu. **C.** Một mặt trụ . **D.** Một đường thẳng

Câu 5: Cho phương trình $\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;9)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 6: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng ?

A. $1;-2;-4;-6;-8$. **B.** $1;-3;-6;-9;-12$.

C. $1;-3;-7;-11;-15$. **D.** $1;-3;-5;-7;-9$.

Câu 7: Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau ?

A. 100. **B.** 36. **C.** 96 **D.** 60.

Câu 8: Với a,b là hai số thực dương, $a\neq 1$. Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

A. $b^{\frac{1}{3}}$. **B.** $\dfrac{1}{3}b$. **C.** $3b$ **D.** b^3.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 10: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y=-x^4+2x^2-4$ là:

A. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 12: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp gồm 7 phần tử là:

A. C_7^3. **B.** $\frac{7!}{3!}$. **C.** A_7^3. **D.** 21.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp S tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực là

A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=[-1;1]$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=\{-1;1\}$.

Câu 14: Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Tìm nguyên hàm $I=\int\left[2f(x)+f'(x)+1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=2F(x)+xf(x)+C$. **B.** $I=2xF(x)+x+1$.

C. $I=2xF(x)+f(x)+x+C$. **D.** $I=2F(x)+f(x)+x+C$.

Câu 15: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 7056. **B.** 120. **C.** 5040. **D.** 15120.

Câu 16: Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là **sai**?

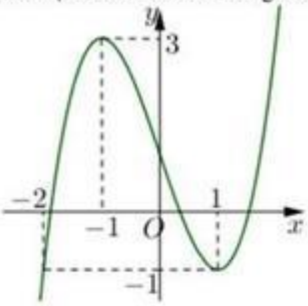
A. $\sqrt{10^\alpha}=10^{\frac{\alpha}{2}}$. **B.** $\left(10^\alpha\right)^2=100^\alpha$. **C.** $\sqrt{10^\alpha}=\left(\sqrt{10}\right)^\alpha$. **D.** $\left(10^\alpha\right)^2=10^{\alpha^2}$.

Câu 17: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ **B.** $f(x)=x^2-4x+1$

C. $f(x)=x^4-2x^2-4$ **D.** $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$

Câu 18: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây.



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 19: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 20: Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π. Thể tích V của khối trụ bằng

A. $V = 32\pi$. **B.** $V = 64\pi$. **C.** $V = 8\pi$. **D.** $V = 16\pi$.

Câu 21: Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < e^x$ là:

A. $S = (0; +\infty)$. **B.** $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $S = (-\infty; 0)$. **D.** $S = \mathbb{R}$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Câu 23: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(2)$ là

A. $F(2) = \frac{1}{2}\ln 3 + 2$. **B.** $F(2) = \ln 3 + 2$. **C.** $F(2) = \frac{1}{2}\ln 3 - 2$. **D.** $F(2) = 2\ln 3 - 2$.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-7}}{x^2 + 3x - 4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 25: Cho khối nón có bán kính đáy là r, chiều cao h. Thể tích V của khối nón đó là.

A. $V = \pi r^2 h$. **B.** $V = \frac{1}{3}r^2 h$. **C.** $V = r^2 h$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

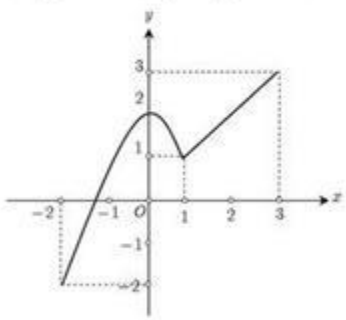
Câu 26: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x.e^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 0]$?

A. e^2. **B.** 0. **C.** $-\frac{2}{e}$. **D.** -1.

Câu 27: Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C). Hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 bằng

A. $k = -5$. **B.** $k = 10$. **C.** $k = 25$ **D.** $k = 1$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$, $x \in [-2; 3]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $S = M + m$ là



A. 6. **B.** 1. **C.** 5 **D.** 3.

Câu 29: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là.

A. $(1;9)$. **B.** $S=(1;10)$. **C.** $(-\infty;9)$. **D.** $(-\infty;10)$.

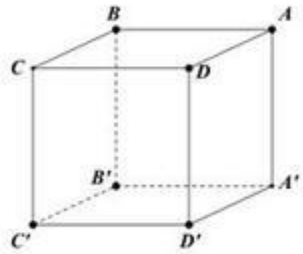
Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA'=4a$, $AC=2a$, $BD=a$. Thể tích V của khối lăng trụ là.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=\frac{8}{3}a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. 12. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 9.

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu mặt trụ tròn xoay đi qua sáu đỉnh A,B,D,C',B',D'?.



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 33: Biết $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x^2-5x+2)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $f(F(0))$ bằng:

A. $9e$. **B.** $3e$. **C.** $20e^2$. **D.** $-\frac{1}{e}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H,K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,AD. Tính sin của góc tạo bởi giữa đường thẳng SA và (SHK).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA=a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. cắt khối lập phương bởi các mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ ta được ba khối đa diện. Xét các mệnh đề sau:

(I): Ba khối đa diện thu được gồm hai khối chóp tam giác đều và một khối lăng trụ tam giác.

(II): Ba khối đa diện thu được gồm hai khối tứ diện và một khối bát diện đều.

(III): Trong ba khối đa diện thu được có hai khối đa diện bằng nhau.

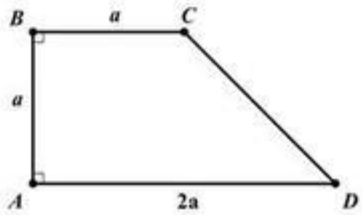
Số mệnh đề đúng là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 37: Giá trị p,q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 38: Cho hình thang $ABCD$ có $A = B = 90^\circ$, $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD.



A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{7\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. **D.** $\frac{7\pi a^3}{6}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B, $BC = \sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó độ dài cạnh CD là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

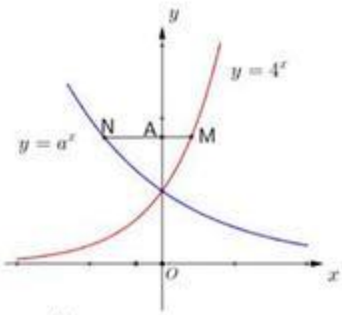
Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết AC vuông góc với BD. Tính MN.

A. $MN = \frac{5a}{2}$. **B.** $MN = \frac{7a}{2}$. **C.** $MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. **D.** $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 41: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ trên sẽ là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $V = a^3\sqrt{6}$. **D.** $V = \frac{7a^3}{8}$.

Câu 42: Cho các số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đường $y = 4^x$, $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng



A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 43: Tính tổng S tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3$ tiếp xúc với trục Ox

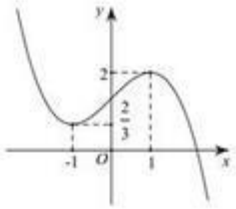
A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=\frac{2}{3}$.

Câu 44: Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R. M là điểm thỏa mãn $IM=\frac{3R}{2}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) qua M tiếp xúc với (S) lần lượt tại A và B. Biết góc giữa (P) và (Q) bằng 60^0. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB=R$. **B.** $AB=R\sqrt{3}$.

C. $AB=\frac{3R}{2}$. **D.** $AB=R$ hoặc $AB=R\sqrt{3}$.

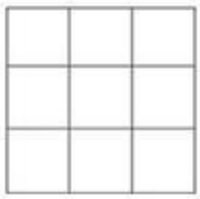
Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x^2-4x+5)+1=m$ có nghiệm là

A. Vô số **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

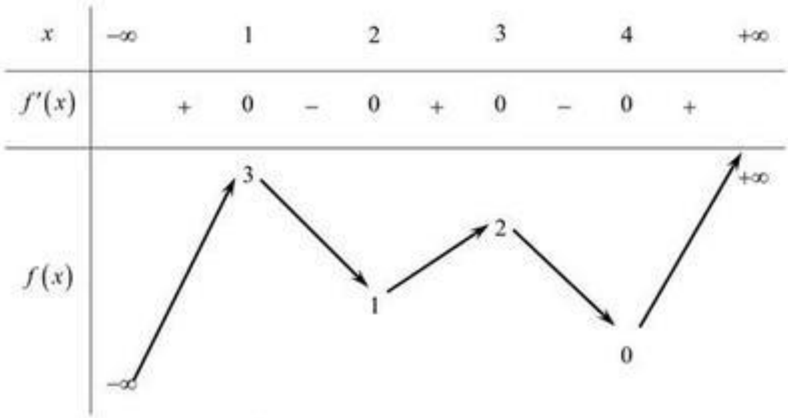
Câu 46: Cho một bảng ô vuông 3×3.



Điền ngẫu nhiên các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ vào bảng trên (mỗi ô chỉ điền một số). Gọi A là biến cố "mỗi hàng, mỗi cột bất kì đều có ít nhất một số lẻ ". Xác suất của biến cố A bằng

A. $P(A)=\frac{10}{21}$. **B.** $P(A)=\frac{1}{3}$. **C.** $P(A)=\frac{5}{7}$. **D.** $P(A)=\frac{1}{56}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



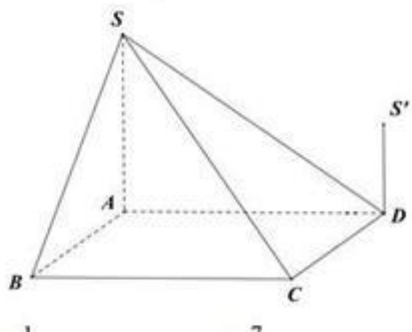
Hàm số $y=\left(f(x)\right)^3-3.\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 48: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019;2]$ để phương trình $(x-1)\left[\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)\right]=2x-m$ có đúng hai nghiệm thực là

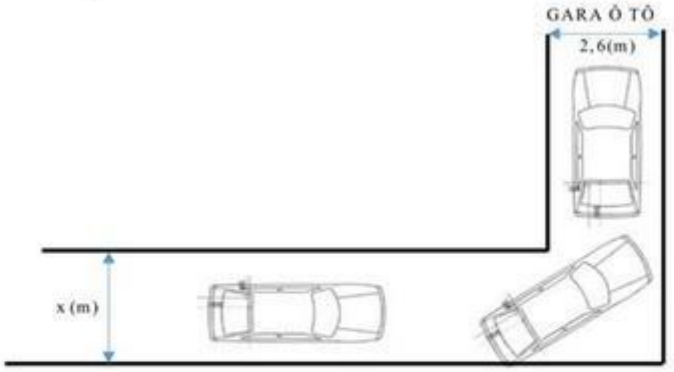
A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S' thỏa mãn $S'D=\frac{1}{2}SA$ và S,S' ở cùng phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi V_1 là thể tích phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$. Gọi V_2 là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



A. $\frac{7}{18}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 50: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ôtô nhà cô Hiền. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ôtô là 5m×1,9m (chiều dài × chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ôtô người ta coi ôtô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 m, chiều rộng 1,9 m. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau để ôtô có thể đi vào GARA được? (giả thiết ôtô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ôtô không bị biến dạng).



A. $x = 3,55(\text{m})$. **B.** $x = 2,6(\text{m})$. **C.** $x = 4,27(\text{m})$. **D.** $x = 3,7(\text{m})$.

---HẾT---

Đáp án

1	C	**11**	B	**21**	C	**31**	A	**41**	B
2	B	**12**	A	**22**	A	**32**	D	**42**	D
3	B	**13**	D	**23**	A	**33**	A	**43**	D
4	D	**14**	D	**24**	C	**34**	B	**44**	A
5	A	**15**	A	**25**	D	**35**	A	**45**	D
6	C	**16**	D	**26**	D	**36**	D	**46**	C
7	C	**17**	A	**27**	D	**37**	A	**47**	A
8	D	**18**	A	**28**	B	**38**	A	**48**	A
9	A	**19**	D	**29**	A	**39**	A	**49**	A
10	A	**20**	D	**30**	D	**40**	A	**50**	D

Đáp án chi tiết

HỘI 8 TRƯỜNG CHUYÊN
LẦN THI CHUNG THỨ NHẤT
Mã đề 280

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
Môn Toán – Lớp 12
Năm học 2018-2019
Thời gian làm bài: **90 phút**

Câu 1: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là.

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$. Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (U_n) có công bội dương và $u_2=\dfrac{1}{4};u_4=4$. Tính giá trị của u_1.

A. $u_1=\dfrac{1}{6}$. **B.** $u_1=\dfrac{1}{16}$. **C.** $u_1=-\dfrac{1}{16}$. **D.** $u_1=\dfrac{1}{2}$

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $\begin{cases}u_2=\dfrac{1}{4}\\u_4=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1.q=\dfrac{1}{4}\\u_1.q^3=4\end{cases}\Rightarrow q^2=16\Rightarrow q=4$

+) Với $q=4\Rightarrow u_1=\dfrac{u_2}{q}=\dfrac{1}{16}$.

Câu 3: Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy . Diện tích của hình nón bằng 9π . Khi đó đường cao của hình nón bằng.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn B

Theo gt ta có $l=2r$, mà

$S_d=9\pi\Leftrightarrow\pi r^2=9\pi\Leftrightarrow r=3\Rightarrow l=6\Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{36-9}=3\sqrt{3}$

Câu 4: Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng là.

A. Mặt phẳng. **B.** Một mặt cầu. **C.** Một mặt trụ . **D.** Một đường thẳng

Lời giải

Chọn D

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt A,B,C cho trước $\Leftrightarrow IA=IB=IC$. Vậy A,B,C không thẳng hàng thì tập hợp các điểm I là trục của một đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 5: Cho phương trình $\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;9)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

ĐK : $x>0$

$\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5 \Leftrightarrow (\log_2 4+\log_2 x)^2-2\log_2(2x)-5=0$

$\Leftrightarrow (\log_2 4+\log_2 x)^2-2(\log_2 2+\log_2 x)-5=0 \Leftrightarrow (2+\log_2 x)^2-2(1+\log_2 x)-5=0$

$\Leftrightarrow \log_2{}^2 x+2\log_2 x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2^{-3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2(n)\\ x=\frac{1}{8}(n)\end{array}\right.$.

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x=\frac{1}{8}$

Câu 6: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng ?

A. $1;-2;-4;-6;-8$. **B.** $1;-3;-6;-9;-12$.

C. $1;-3;-7;-11;-15$. **D.** $1;-3;-5;-7;-9$.

Lời giải

Chọn C

Dãy số $1;-3;-7;-11;-15$ là cấp số cộng vì : kể từ số hạng thứ hai, mỗi số bằng số kề trước nó cộng thêm -4.

Câu 7: Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau ?

A. 100. **B.** 36. **C.** 96 **D.** 60.

Lời giải

Chọn C

* TH1 : Đề thi gồm 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập

Số cách tạo đề thi : $C_4^1.C_6^2$ cách

* TH2 : Đề thi gồm 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập

Số cách tạo đề thi : $C_4^2.C_6^1$ cách

* KL : Số cách tạo đề thi : $C_4^1.C_6^2+C_4^2.C_6^1=96$ cách.

Câu 8: Với a,b là hai số thực dương, $a\neq 1$. Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

A. $b^{\frac{1}{3}}$. **B.** $\frac{1}{3}b$. **C.** $3b$ **D.** b^3.

Lời giải

Chọn D

$a^{\log_a b^3}=b^3$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x(x-1)(x+2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right..$$

BBT:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 10: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y=-x^4+2x^2-4$ là:

A. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

$y'=-4x^3+4x$

$y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y		↗		↘		↗		↘	

Vậy c ác khoảng nghịch biến của hàm số $y=-x^4+2x^2-4$ là $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 12: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp gồm 7 phần tử là:

A. C_7^3. **B.** $\frac{7!}{3!}$. **C.** A_7^3. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 phần tử từ tập hợp gồm 7 phần tử có C_7^3 cách nên tập hợp có 7 phần tử có C_7^3 tập hợp con.

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp S tất cả các giá trị của m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có đúng ba nghiệm thực là

A. $S=\left(-1;1\right)$. **B.** $S=\left[-1;1\right]$. **C.** $S=\left\{1\right\}$. **D.** $S=\left\{-1;1\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 14: Cho biết hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục và có một nguyên hàm là hàm số $F\left(x\right)$. Tìm nguyên hàm $I=\int\left[2f\left(x\right)+f'\left(x\right)+1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=2F\left(x\right)+xf\left(x\right)+C$.

B. $I=2xF\left(x\right)+x+1$.

C. $I=2xF\left(x\right)+f\left(x\right)+x+C$.

D. $I=2F\left(x\right)+f\left(x\right)+x+C$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $I=\int\left[2f\left(x\right)+f'\left(x\right)+1\right]\mathrm{d}x=2\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x+\int 1.\mathrm{d}x=2F\left(x\right)+f\left(x\right)+x+C$.

Câu 15: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0 ?

A. 7056. **B.** 120. **C.** 5040. **D.** 15120.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$ (với $a\neq 0$; $a\neq b\neq c\neq d\neq e$; e chẵn)

TH1: Nếu $e=0$ thì có tất cả $A_9^4=3024$ (số)

TH2: Nếu $e\neq 0$ thì có 4 cách chọn e;

+ chọn vị trí cho số 0 có 3 cách chọn (đó là các vị trí b, c, d)

+ chọn 3 chữ số từ 8 chữ số còn lại và sắp xếp thứ tự cho 3 chữ số đó có A_8^3 cách.

Vậy có tất cả là $3024+4.3.A_8^3=7056$ (số) thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 16: Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\sqrt{10^\alpha}=10^{\frac{\alpha}{2}}$. **B.** $\left(10^\alpha\right)^2=100^\alpha$. **C.** $\sqrt{10^\alpha}=\left(\sqrt{10}\right)^\alpha$. **D.** $\left(10^\alpha\right)^2=10^{\alpha^2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\sqrt{10^\alpha}=\left(10^\alpha\right)^{\frac{1}{2}}=10^{\frac{\alpha}{2}}$; $\left(10^\alpha\right)^2=\left(10^2\right)^\alpha=100^\alpha$; $\sqrt{10^\alpha}=\left(10^\alpha\right)^{\frac{1}{2}}=\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^\alpha=\left(\sqrt{10}\right)^\alpha$;

Và $\left(10^{\alpha}\right)^2 = 10^{2\alpha} \neq 10^{\alpha^2}$.

Câu 17: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ **B.** $f(x) = x^2 - 4x + 1$

C. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4$ **D.** $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$

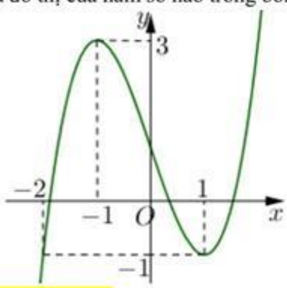
Lời giải

Chọn A

Ta xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3\left(x^2 - 2x + 1\right) = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Câu 18: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây.



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(1) = 0 \\ y(-1) = 3 \\ y'(1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c = 2 \\ a + b + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Hàm số có dạng

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d = x^3 - 3x + 1$$

Trắc nghiệm:

Đồ thị không phải của hàm số bậc bốn và hàm bậc ba có hệ số của x^3 âm suy ra loại $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = -x^3 + 3x + 1$.

Do hàm số đi qua $(-1;3)$ nên chọn $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 19: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương

$$3^{x+1}+3^{1-x}=10 \Leftrightarrow 3.3^x+\frac{3}{3^x}=10 \Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2-10.3^x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=3 \Rightarrow x_1=1 \\ 3^x=\frac{1}{3} \Rightarrow x_2=-1 \end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm của phương trình bằng $x_1+x_2=1-1=0$.

Câu 20: Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π. Thể tích V của khối trụ bằng

A. $V=32\pi$. **B.** $V=64\pi$. **C.** $V=8\pi$. **D.** $V=16\pi$.

Lời giải

Chọn D

Vì diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π nên ta có

$$16\pi=2\pi.R.h \Leftrightarrow R.h=8$$

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $h=2R$, suy ra

$$R.h=8 \Leftrightarrow 2R.R=8 \Leftrightarrow R^2=4 \Leftrightarrow R=2.$$

Thể tích khối trụ bằng

$$V=\pi.2^2.4=16\pi$$

Câu 21: Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x<\mathrm{e}^x$ là:

A. $S=(0;+\infty)$. **B.** $S=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $S=(-\infty;0)$. **D.** $S=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

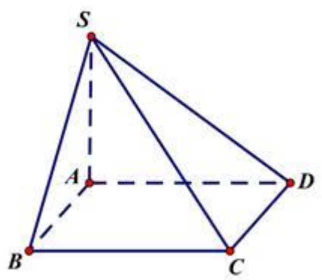
$3^x<\mathrm{e}^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{\mathrm{e}}\right)^x<1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{\mathrm{e}}\right)^x<\left(\frac{3}{\mathrm{e}}\right)^0 \Leftrightarrow x<0$ (do $\frac{3}{\mathrm{e}}>1$)

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA\perp(ABC)$, $SA=3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải

Chọn A.



Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.3a.a^2=a^3$.

Câu 23: Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2x-1}$ biết $F\left(1\right)=2$. Giá trị của $F\left(2\right)$ là

A. $F\left(2\right)=\dfrac{1}{2}\ln 3+2$. **B.** $F\left(2\right)=\ln 3+2$. **C.** $F\left(2\right)=\dfrac{1}{2}\ln 3-2$. **D.** $F\left(2\right)=2\ln 3-2$.

Lời giải

Chọn A.

$F\left(x\right)=\int f\left(x\right)dx=\int \dfrac{1}{2x-1}dx=\dfrac{1}{2}\ln\left|2x-1\right|+C$ mà $F\left(1\right)=2$ nên $C=2$.

$F\left(2\right)=\dfrac{1}{2}\ln\left|2.2-1\right|+2=\dfrac{1}{2}\ln 3+2$.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\left[7;+\infty\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{7}{x^4}}}{1+\dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{x^2}}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$

Câu 25: Cho khối nón có bán kính đáy là r, chiều cao h. Thể tích V của khối nón đó là.

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}r^2h$. **C.** $V=r^2h$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x.e^{x+1}$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$?

A. e^2. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{2}{\text{e}}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên đoạn $\left[-2;0\right]$.

Ta có $y'=\left(x+1\right)e^{x+1}$

$y'=0\Leftrightarrow x=-1\in\left[-2;0\right]$

$y\left(0\right)=0;y\left(-1\right)=-1;y\left(-2\right)=\dfrac{-2}{e}$.

Vậy $\min\limits_{\left[-2;0\right]}y=-1$.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3-2x+1$ có đồ thị $\left(C\right)$. Hệ số góc k của tiếp tuyến với $\left(C\right)$ tại điểm có hoàng độ bằng 1 bằng

A. $k=-5$. **B.** $k=10$. **C.** $k=25$ **D.** $k=1$.

Lời giải

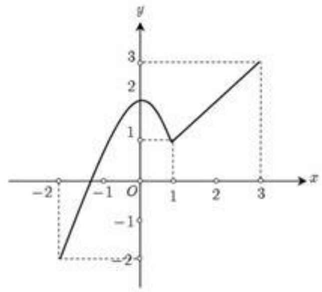
Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 2$

$y'(1) = 1$.

Hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoàng độ bằng 1 bằng $k = 1$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$, $x \in [-2;3]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Giá trị của $S = M + m$ là



A. 6. **B.** 1. **C.** 5 **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} M = 3 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow S = M + m = 3 + (-2) = 1$.

Câu 29: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là.

A. $(1;9)$. **B.** $S = (1;10)$. **C.** $(-\infty;9)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow x - 1 < 8 \Leftrightarrow x < 9$

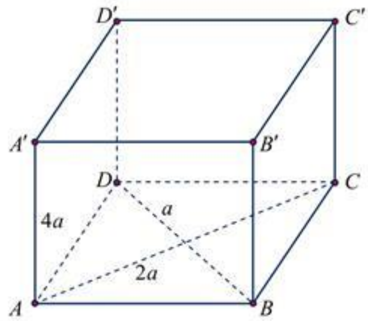
So với điều kiện ta có tập nghiệm $S = (1;9)$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$. Thể tích V của khối lăng trụ là.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = \frac{8}{3}a^3$. **D.** $V = 4a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}AC.BD=\dfrac{1}{2}.2a.a=a^2$.

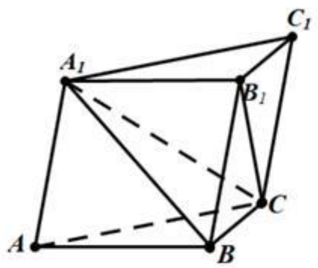
Vậy thể tích của khối lăng trụ: $V=AA'.S_{ABCD}=4a.a^2=4a^3$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. 12. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A



Do $CC_1//AA_1\Rightarrow CC_1//(ABB_1A_1)$ nên $d(CC_1;(ABB_1A_1))=d(C;(ABB_1A_1))=6$.

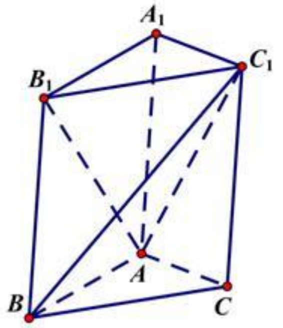
Nhận xét:

$V_{A_1.ABC}=V_{C.A_1B_1C_1}\left(do\,S_{\Delta ABC}=S_{\Delta A_1B_1C_1};d(A_1;(ABC))=d(C;(A_1B_1C_1))\right)$ (1).

$V_{A_1.B_1BC}=V_{A_1.B_1C_1C}=V_{C.A_1B_1C_1}\left(do\,S_{\Delta B_1BC}=S_{\Delta CB_1C_1};d(A_1;(B_1BC))=d(A_1;(B_1CC_1))\right)$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $V_{ABC.A_1B_1C_1}=3V_{C.A_1AB}=3.\dfrac{1}{3}.d(C;(ABB_1A_1)).S_{\Delta ABA_1}=3.\dfrac{1}{3}.6.\dfrac{1}{2}.4=12$.

Cách 2:



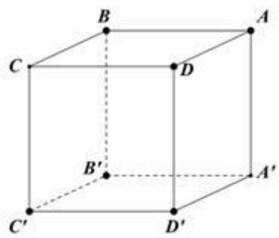
Gọi thể tích lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ là V.

Ta chia khối lăng trụ thành $ABCA_1B_1C_1$ theo mặt phẳng (ABC_1)được hai khối: khối chóp tam giác $C_1.ABC$ và khối chóp tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

Ta có $V_{C_1.ABC}=\dfrac{1}{3}V \Rightarrow V_{C_1.ABB_1A_1}=\dfrac{2}{3}V$

Mà $V_{C_1.ABB_1A_1}=\dfrac{1}{3}.S_{ABB_1A_1}.\mathrm{d}\left(C;\left(ABB_1A_1\right)\right)=\dfrac{1}{3}.4.6=8$. Vậy $V=8\cdot\dfrac{3}{2}=12$.

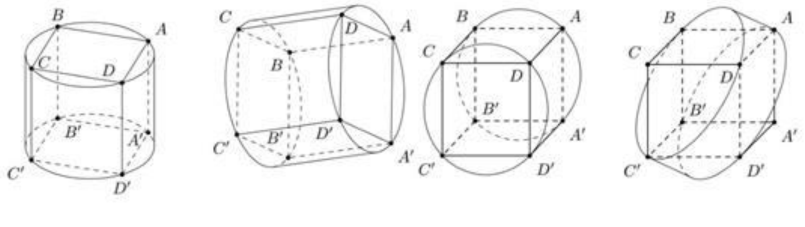
Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu mặt trụ tròn xoay đi qua sáu đỉnh A,B,D,C',B',D' ?.



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D



Câu 33: Biết $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(2x^2-5x+2\right)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $f\left(F(0)\right)$ bằng:

A. $9e$. **B.** $3e$. **C.** $20e^2$. **D.** $-\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=F'(x)=\left[-ax^2+(2a-b)x+c\right]e^{-x}$.

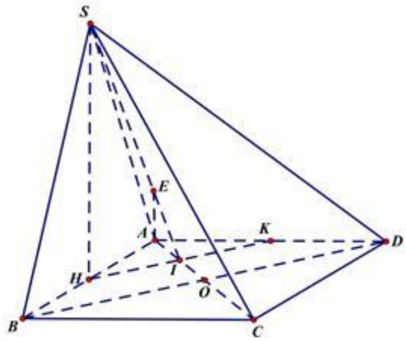
Đồng nhất hệ số ta có: $a=-2,b=1,c=-1$ suy ra $F(0)=-1\Rightarrow f(F(0))=9e$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H,K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,AD. Tính sin của góc tạo bởi giữa đường thẳng SA và (SHK).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$

Lời giải

Chọn B



$AC\cap BD=O,HK\cap AC=I\Rightarrow I$ là trung điểm của AO.

Do tam giác SAB đều nên $SH\perp AB$, lại có: $(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Do $SH\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp AC$, lại có $AC\perp BD$ (do $ABCD$ là hình vuông) nên

$AC\perp(SHK)\Rightarrow(ABCD)\perp(SHK)$

$(ABCD)\cap(SHK)=SI$. Dựng $AE\perp SI\Rightarrow AE\perp(SHK)$. Vậy góc tạo bởi đường thẳng SA và (SHK) là $\widehat{ASE}$.

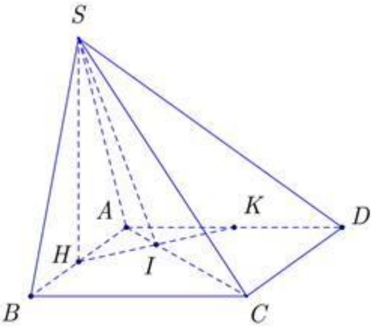
Do $ABCD$ là hình vuông nên $AI=\frac{AC}{4}=\frac{a\sqrt{2}}{4}$, $HI=\frac{BO}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB đều nên $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Tam giác ΔSHI vuông tại $H\Rightarrow SI=\sqrt{SH^2+HI^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{4}+\frac{a^2}{8}}=\frac{\sqrt{7}a}{2\sqrt{2}}$

Xét tam giác ASI có: $\cos\widehat{ASI}=\frac{SA^2+SI^2-AI^2}{2.SA.SI}=\frac{\sqrt{14}}{4}\Rightarrow\sin\widehat{ASI}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

Cách 2:



Do $AC \perp HK$ và $AC \perp SH$ nên $AC \perp (SHK)$.

Suy ra góc giữa SA và (SHK) bằng góc $\widehat{ASI}$.

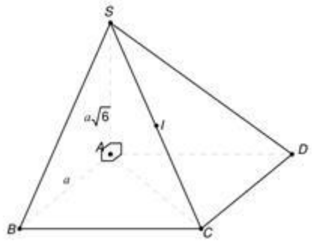
Ta có $\sin\left(\widehat{SA,(SHK)}\right) = \sin\widehat{ASI} = \dfrac{\frac{AC}{4}}{SA} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tam giác SBC vuông tại B, tam giác SCD vuông tại D, tam giác SAC vuông tại A.

Gọi I là trung điểm của SC khi đó ta có $IS = IA = IB = IC = ID$

Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{6a^2 + 2a^2} = 2a\sqrt{2}$

Suy ra $R = IC = a\sqrt{2} \Rightarrow S = 8\pi a^2$.

Câu 36: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. cắt khối lập phương bởi các mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ ta được ba khối đa diện. Xét các mệnh đề sau:

(I): Ba khối đa diện thu được gồm hai khối chóp tam giác đều và một khối lăng trụ tam giác.

(II): Ba khối đa diện thu được gồm hai khối tứ diện và một khối bát diện đều.

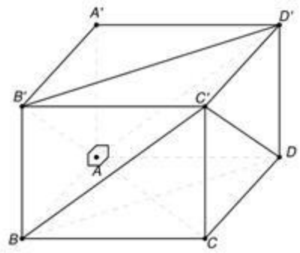
(III): Trong ba khối đa diện thu được có hai khối đa diện bằng nhau.

Số mệnh đề đúng là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D



Ta có khối đa diện $C.C'BD$ bằng khối đa diện $A'.AB'D'$.

Câu 37: Giá trị p,q là các số thực dương thỏa mãn $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

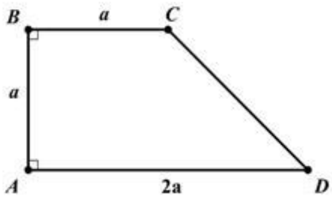
Chọn A

Đặt $t = \log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25}(p+q)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 16^t \\ q = 20^t \\ p+q = 25^t \end{cases} \Leftrightarrow 16^t + 20^t = 25^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} + \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Suy ra $\frac{p}{q} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

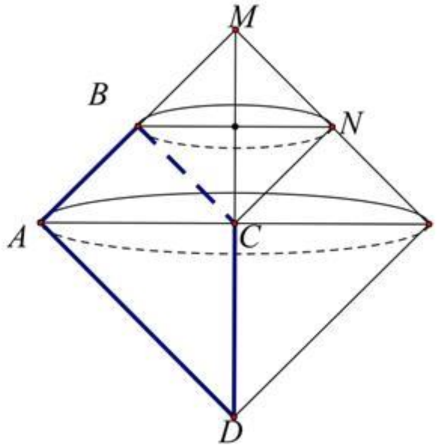
Câu 38: Cho hình thang $ABCD$ có $A = B = 90°$, $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD.



A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{7\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. **D.** $\frac{7\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là giao điểm của AB và CD. Từ B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt CM tại N.

Khi quay $ABCD$ quanh trục CD ta được hai phần:

+ Tam giác ACD sinh ra khối nón với bán kính đáy $r = AC = a\sqrt{2}$, chiều cao $h = CD = a\sqrt{2}$.

Do đó thể tích phần này là $V_1 = \frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.a\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

+ Tam giác ABC sinh ra một phần của khối nón với bán kính đáy $r = AC = a\sqrt{2}$ và chiều cao $h = CM = a\sqrt{2}$.

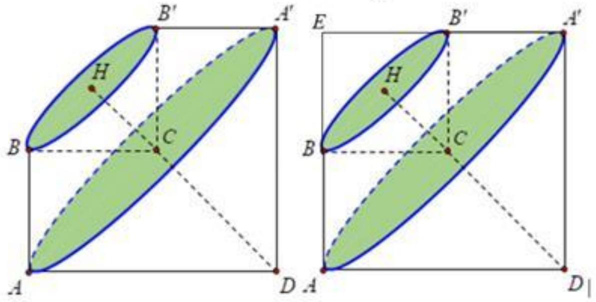
Gọi V_2, V, V' lần lượt là thể tích của khối tròn xoay có được khi quay ABC, ACM, BCM quanh trục CD. Ta có $V_2 = V - V'$.

$V = V_1 = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

$V' = 2.\frac{1}{3}\pi.BN^2.MN = 2.\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$

Do đó $V_2 = V - V' = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_1 + V_2 = \frac{7\pi\sqrt{2}a^3}{6}$.



Cách 2: Khối nón đỉnh D, trục CD có chiều cao $CD = a\sqrt{2}$, bán kính đáy $CA = a\sqrt{2}$ nên có thể tích $V_1 = \frac{1}{3}CD.\pi.CA^2 = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Khối chóp cụt có trục $CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, hai đáy có bán kính $CA = a\sqrt{2}$ và $HB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích khối chóp cụt là $V_2 = \frac{1}{3}CH.\pi.\left(CA^2 + HB^2 + CA.HB\right) = \frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$

Khối chóp đỉnh C, trục CH có thể tích $V_3 = \frac{1}{3}CH.\pi.HB^2 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là: $V = V_1 + V_2 - V_3 = \frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

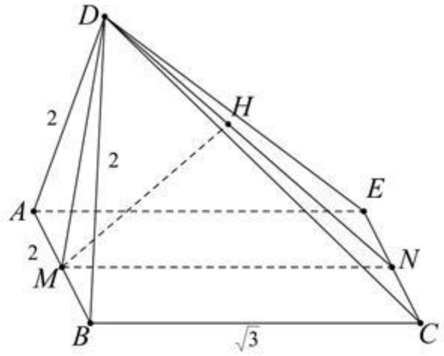
Cách 3: $V = 2\left[V_{non D} - V_{non C}\right] = 2\cdot\frac{1}{3}\pi\left[\sqrt{2}^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3\right]a^3 = \frac{7\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B, $BC = \sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó độ dài cạnh CD là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng hình chữ nhật $ABCE$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CE.

Từ M kẻ $MH \perp DN$. Khi đó ta có $\begin{cases} CE \perp MN \\ CE \perp DM\left(CE // AB\right) \end{cases} \Rightarrow CE \perp MH$.

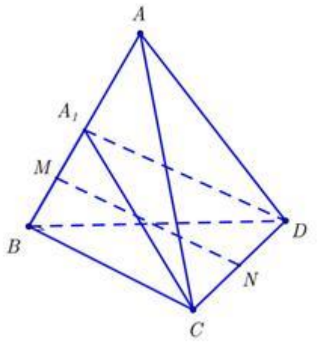
Do đó $d\left(AB, CD\right) = d\left(M, \left(DCE\right)\right) = MH = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Suy ra

$$DN = DH + HN = \sqrt{DM^2 - MH^2} + \sqrt{MN^2 - MH^2} = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = 1$$

$CD = \sqrt{DN^2 + NC^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Cách 2:



Gọi A_1 là trung điểm của của AB.

Tứ diện A_1BCD thỏa mãn: $A_1D = BC = \sqrt{3}$; $A_1C = BD = 2$.

Khi đó đoạn vuông góc chung của AB và CD là MN với M , N lần lượt là trung điểm của A_1B , CD. Vậy $MN = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

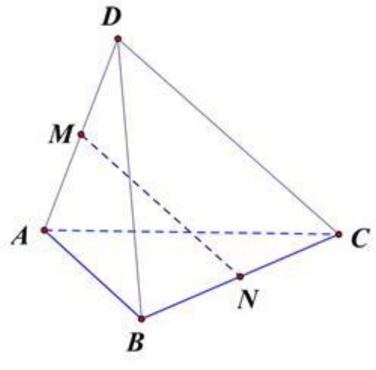
Ta có: $BN^2 = MN^2 + BM^2 \Leftrightarrow \frac{2(3+4) - CD^2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} \Leftrightarrow CD = \sqrt{2}$.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết AC vuông góc với BD. Tính MN.

A. $MN = \frac{5a}{2}$. **B.** $MN = \frac{7a}{2}$. **C.** $MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. **D.** $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

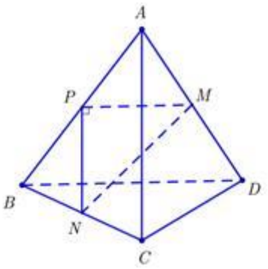


Ta có: $\overrightarrow{MN}^2=\left[\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right)\right]^2=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}\right)^2$

$$=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{BD}^2+2.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}\right)=\frac{1}{4}\left(9a^2+16a^2\right)=\frac{25}{4}a^2.$$

Suy ra $MN=\frac{5}{2}a$.

Cách 2:



Gọi P là trung điểm AB. Ta có $(AC,BD)=(PN,PM)=\angle NPM=90°$.

Suy ra $\Rightarrow \Delta MNP$ vuông tại P.

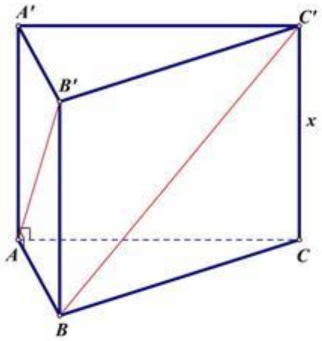
Vậy $MN=\sqrt{PN^2+PM^2}=\frac{5a}{2}$.

Câu 41: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ trên sẽ là:

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $V=a^3\sqrt{6}$. **D.** $V=\frac{7a^3}{8}$.

Lời giải

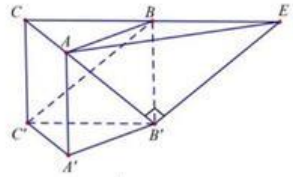
Chọn B



Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{B'C}=0\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}\right)\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right)=0\Leftrightarrow AA'^2=-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow AA'=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy thể tích lăng trụ là $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Cách 2:



Gọi E là điểm đối xứng của C qua điểm B. Khi đó tam giác ACE vuông tại A.

$\Rightarrow AE = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

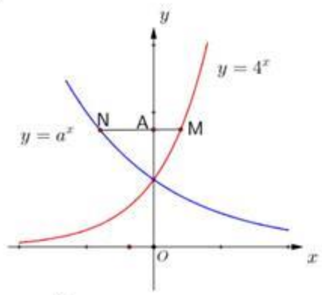
Mặt khác, ta có $BC' = B'E = AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại B'.

$\Rightarrow AB' = \dfrac{AE}{\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra: $AA' = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 42: Cho các số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đường $y = 4^x$, $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng



A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử N, M có hoành độ lần lượt là n, m. Theo đề, ta có: $-n = 2m$, $a^n = 4^m$.

Vậy $a^{-2m} = 4^m \Leftrightarrow \left(4a^2\right)^m = 1 \Leftrightarrow 4a^2 = 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$.

Câu 43: Tính tổng S tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right) = x^3 - 3mx^2 + 3mx + m^2 - 2m^3$ tiếp xúc với trục Ox

A. $S = \dfrac{4}{3}$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = \dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị tiếp xúc với Ox khi hệ: $\begin{cases} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \end{cases}$ có nghiệm

Tức là hệ: $\begin{cases} x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3=0 \\ x^2-2mx+m=0 \end{cases}$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-m)^3-3m(m-1)x+m^2-m^3=0 \\ (x-m)^2=m^2-m \end{cases}$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2-m)(x+m)=0 \\ (x-m)^2=m^2-m \end{cases}$ có nghiệm

$\Rightarrow m=0; m=1; m=-\dfrac{1}{3}$.

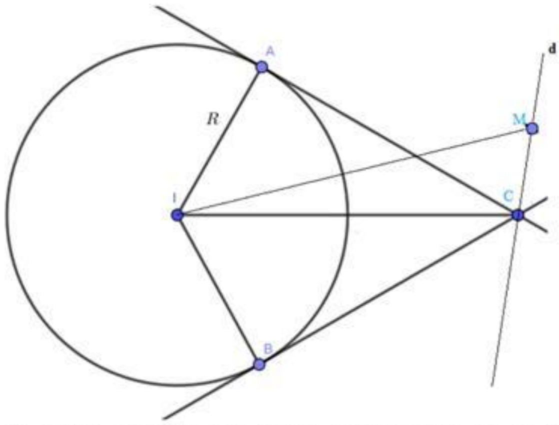
Câu 44: Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R. M là điểm thỏa mãn $IM=\dfrac{3R}{2}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) qua M tiếp xúc với (S) lần lượt tại A và B. Biết góc giữa (P) và (Q) bằng 60^0. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB=R$. **B.** $AB=R\sqrt{3}$.

C. $AB=\dfrac{3R}{2}$. **D.** $AB=R$ hoặc $AB=R\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q), C là giao điểm của d và (IAB).

Ta có:

$\begin{cases} d\perp IA \\ d\perp IB \end{cases} \Rightarrow d\perp (IAB) \Rightarrow \begin{cases} d\perp BC \\ d\perp AC \end{cases} \Rightarrow \widehat{ACB}=60^0$ hoặc $\widehat{ACB}=120^0$.

Mặt khác $IC\perp d \Rightarrow IC\le IM$

TH1: $\widehat{ACB}=120^0$ thì $\widehat{AIB}=60^0 \Rightarrow$ tam giác IAB đều $\Rightarrow AB=R$

$\Rightarrow IC = \dfrac{AB}{\sin 60^0} = \dfrac{2R}{\sqrt{3}} < IM$ (thỏa mãn)

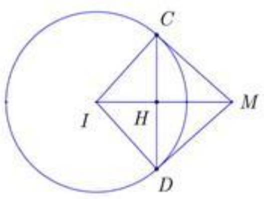
TH2: $\widehat{ACB} = 60^0$ thì $\widehat{AIB} = 120^0$

Áp dụng định lý côsin trong tam giác IAB ta được $AB = R\sqrt{3}$

$\Rightarrow IC = \dfrac{AB}{\sin 30^0} = 2R > IM$ (không thỏa mãn)

Vậy $AB = R$.

Cách 2:



Do $IA \perp (P)$ và $IB \perp (Q)$ nên $\left[\begin{array}{l}\widehat{AIB} = 60^\circ \\ \widehat{AIB} = 120^\circ\end{array}\right.$.

Nếu $\widehat{AIB} = 60^\circ \Rightarrow AB = R$.

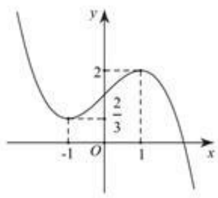
Nếu $\widehat{AIB} = 120^\circ \Rightarrow AB = R\sqrt{3}$.

Mặt khác A, B thuộc đường tròn (C) (là tập hợp các tiếp điểm của tiếp tuyến qua M của (S)). Suy ra $AB \le CD$ (với CD là một đường kính của (C)).

Ta có: $IC^2 = IH.IM \Rightarrow IH = \dfrac{2R}{3} \Rightarrow CH = \sqrt{IC^2 - IH^2} = \dfrac{R\sqrt{5}}{3} \Rightarrow CD = \dfrac{2\sqrt{5}R}{3} < \sqrt{3}R$.

Vậy $AB = R$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x^2 - 4x + 5) + 1 = m$ có nghiệm là

A. Vô số **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

(1) $f(x^2 - 4x + 5) + 1 = m \Leftrightarrow f(x^2 - 4x + 5) = m - 1 \Leftrightarrow f(u) = m - 1\left(u = x^2 - 4x + 5\right)$

$u = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 \ge 1$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi đồ thị $y = f(u)\left(u \in [1;+\infty)\right)$ cắt đường thẳng $y = m-1 \Leftrightarrow m-1 \le 2 \Leftrightarrow m \le 3$

Kết hợp điều kiện m nguyên dương ta được $0 < m \le 3$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 46: Cho một bảng ô vuông 3×3.

Điền ngẫu nhiên các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ vào bảng trên (mỗi ô chỉ điền một số). Gọi A là biến cố "mỗi hàng, mỗi cột bất kì đều có ít nhất một số lẻ ". Xác suất của biến cố A bằng

A. $P(A) = \frac{10}{21}$. **B.** $P(A) = \frac{1}{3}$. **C.** $P(A) = \frac{5}{7}$. **D.** $P(A) = \frac{1}{56}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 9 chữ số đã cho vào ô vuông bằng $n(\Omega) = 9!$

Ta có: $\overline{A}$ là biến cố: "tồn tại một hàng hoặc một cột gồm ba số chẵn".

Do có 4 số chẵn (2. 4, 6, 8) nên $\overline{A}$ là biến cố: "có đúng một hàng hoặc một cột gồm 3 số chẵn".

Ta tính $n(\overline{A})$:

Chọn 4 ô điền số chẵn:

□Chọn một hàng hoặc một cột thì có 6 cách.

□Chọn một ô còn lại có 6 cách.

Điền 4 số chẵn vào 4 ô trên có 4! cách.

Điền 5 số lẻ vào 5 ô còn lại có 5! cách.

Vậy $n(\overline{A}) = 6 \times 6 \times 4! \times 5!$.

Suy ra $P(\overline{A}) = \frac{6.6.5!.4!}{9!} = \frac{2}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{7}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y=\left(f(x)\right)^3-3.\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3.\left(f(x)\right)^2.f'(x)-6.f(x).f'(x)=3.f'(x).f(x).\left[f(x)-2\right]$.

Với $x\in(2;3)$ thì $\begin{cases}f'(x)>0\\ f(x)\in(1;2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'(x)>0\\ f(x)>0\\ f(x)-2<0\end{cases}\Rightarrow y'<0$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $(2;3)$.

Câu 48: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019;2]$ để phương trình $(x-1)\left[\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)\right]=2x-m$ có đúng hai nghiệm thực là

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

- Điều kiện : $x>-\dfrac{1}{4}$.

- Với $x=1$ thay vào phương trình $(x-1)\left[\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)\right]=2x-m(*)$ ta được $m=2$.

Khi $m=2$ thì phương trình đã cho trở thành :

$(x-1)\left[\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)\right]=2x-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ \log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)=2\ (1)\end{array}\right.$.

Dễ thấy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x_0\neq 1$.

$\Rightarrow$ $m=2$ thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực.

- Với $x\neq 1$ thì:

$(x-1)\left[\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)\right]=2x-m\Leftrightarrow\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)=\dfrac{2x-m}{x-1}$

$\Leftrightarrow \log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)-\dfrac{2x-m}{x-1}=0$.

Xét hàm số $y=\log_3(4x+1)+\log_5(2x+1)-\dfrac{2x-m}{x-1}$ với $x\in\left(-\dfrac{1}{4};1\right)\cup(1;+\infty)$.

Ta có: $y'=\dfrac{4}{(4x+1)\ln 3}+\dfrac{2}{(2x+1)\ln 5}+\dfrac{2-m}{(x-1)^2}>0$, $\forall x\in\left(-\dfrac{1}{4};1\right)\cup(1;+\infty)$ và $m<2$.

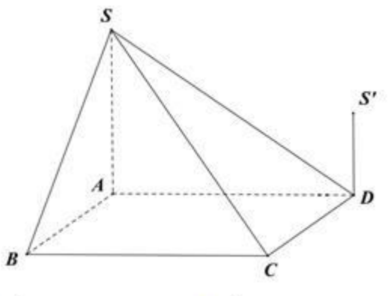
Bảng biến thiên:

x	$-\dfrac{1}{4}$		-1		$+\infty$
y'	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$+$	
y	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có : phương trình $y=0$ có đúng 2 nghiệm $x_1\in\left(-\dfrac{1}{4};1\right);x_2\in(1;+\infty)$ với mọi $m<2$.

Vậy với mọi giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2019;2]$ thì phương trình đã cho luôn có hai nghiệm thực phân biệt, tức là có 2022 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

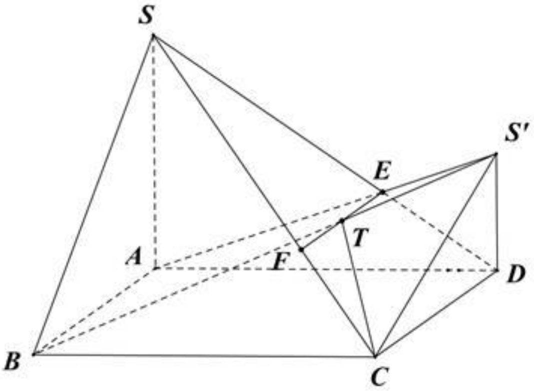
Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S' thỏa mãn $S'D=\dfrac{1}{2}SA$ và S, S' ở cùng phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi V_1 là thể tích phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$. Gọi V_2 là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng



A. $\dfrac{7}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $E = SD \cap S'A$.

Hai mặt phẳng (SCD) và $(S'AB)$ có điểm chung E và có $CD // AB$ nên giao tuyến của (SCD) và $(S'AB)$ là đường thẳng d qua E song song với CD.

$d \cap S'B = T$ và $d \cap SC = F$.

Phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ là khối đa diện $ABTEDC$.

Ta có: $V_1 = V_{ABTEDC} = V_{S'.ABCD} - V_{S'.ETCD}$.

$\frac{S'D}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S'E}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S'E}{S'A} = \frac{1}{3} = \frac{S'T}{S'B}$.

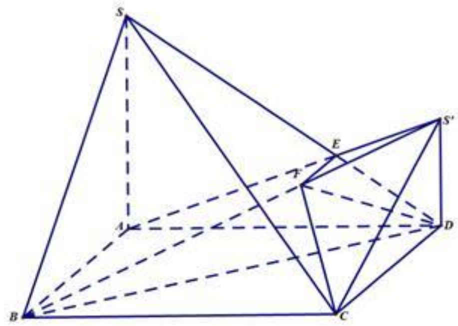
$\frac{V_{S'.ETD}}{V_{S'.ABD}} = \frac{S'E}{S'A} \cdot \frac{S'T}{S'B} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{S'.ETD} = \frac{1}{18} V_{S'.ABCD}$.

$\frac{V_{S'.TCD}}{V_{S'.BCD}} = \frac{S'T}{S'B} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S'.TCD} = \frac{1}{6} V_{S'.ABCD}$.

Suy ra $V_{S'.ETCD} = \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{6}\right) V_{S'.ABCD} = \frac{2}{9} V_{S'.ABCD} \Rightarrow V_1 = \frac{7}{9} V_{S'.ABCD}$.

Lại có $V_2 = V_{S.ABCD} = 2V_{S'.ABCD}$. Do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{18}$.

Cách 2:



Ta có: $S'D=\frac{1}{2}SA \Rightarrow V_{S'.ABCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}V_2$.

Gọi $E=S'A\cap SD \Rightarrow \frac{ES'}{EA}=\frac{S'D}{SA}=\frac{1}{2}$.

Gọi $F=S'B\cap\left(SCD\right)\Rightarrow EF=\left(S'AB\right)\cap\left(SCD\right)$.

Vì $AB//CD \Rightarrow EF//AB//CD \Rightarrow \frac{S'F}{S'B}=\frac{S'E}{S'A}=\frac{1}{3}$.

Khi đó: Phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ là khối đa diện $ABCDEF$.

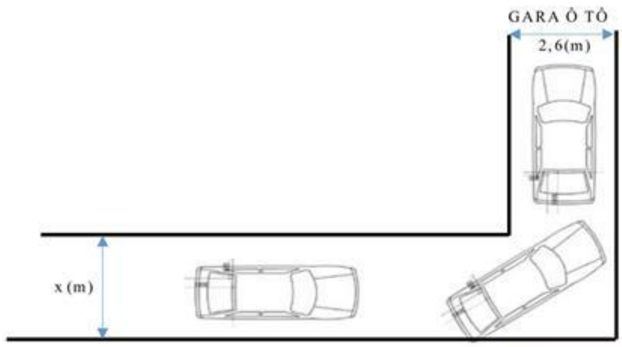
Ta có: $\frac{V_{S'.EFD}}{V_{S'.ABD}}=\frac{S'E}{S'A}.\frac{S'F}{S'B}=\frac{1}{9} \Rightarrow V_{S'.EFD}=\frac{1}{9}V_{S'.ABD}=\frac{1}{18}V_{S'.ABCD}=\frac{1}{36}V_2$.

$\frac{V_{S'.FCD}}{V_{S'.BCD}}=\frac{S'F}{S'B}=\frac{1}{3} \Rightarrow V_{S'.EFD}=\frac{1}{3}V_{S'.BCD}=\frac{1}{6}V_{S'.ABCD}=\frac{1}{12}V_2$.

Suy ra: $V_{S'.EFCD}=V_{S'.EFD}+V_{S'.EFCD}=\frac{1}{9}V_2 \Rightarrow V_1=V_{ABCDEF}=V_{S'.ABCD}-V_{S'.EFCD}=\frac{7}{18}V_s$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{18}$.

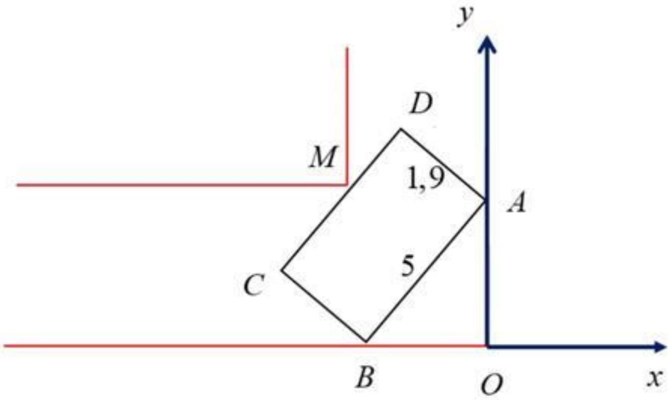
Câu 50: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ôtô nhà cô Hiền. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng $2,6$ (m). Biết kích thước xe ôtô là $5\text{m}\times 1,9\text{m}$ (chiều dài × chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ôtô người ta coi ôtô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 m, chiều rộng 1,9 m. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau để ôtô có thể đi vào GARA được? (giả thiết ôtô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ôtô không bị biến dạng).



A. $x=3,55\left(\text{m}\right)$. **B.** $x=2,6\left(\text{m}\right)$. **C.** $x=4,27\left(\text{m}\right)$. **D.** $x=3,7\left(\text{m}\right)$.

Lời giải

Chọn D



- Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Khi đó : $M\left(-2,6;m\right)$. Gọi $B\left(-a;0\right)\Rightarrow A\left(0;\sqrt{25-a^2}\right)$.

Suy ra phương trình AB là: $\frac{x}{-a}+\frac{y}{\sqrt{25-a^2}}=1$.

Do $CD\,//\,AB$ nên phương trình CD là: $\frac{x}{-a}+\frac{y}{\sqrt{25-a^2}}-k=0$.

Khoảng cách giữa AB và CD là chiều rộng của ôtô và bằng 1,9 m nên:

$$\frac{\left|k-1\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}}=1,9\Leftrightarrow k=1+\frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M và O nằm khác phía đối với đường thẳng CD

Suy ra: $\frac{2,6}{a}+\frac{m}{\sqrt{25-a^2}}-1-\frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}\geq 0$

$\Leftrightarrow m\geq\sqrt{25-a^2}+\frac{9,5}{a}-\frac{2,6.\sqrt{25-a^2}}{a}$ (đúng với mọi $a\in\left(0;5\right]$).

- Xét hàm số: $f\left(a\right)=\sqrt{25-a^2}+\frac{9,5}{a}-\frac{2,6.\sqrt{25-a^2}}{a}$ trên nửa khoảng $\left(0;5\right]$.

Có $f'\left(a\right)=-\frac{a}{\sqrt{25-a^2}}-\frac{9,5}{a^2}+\frac{65}{a^2\sqrt{25-a^2}}=\frac{65-9,5.\sqrt{25-a^2}-a^3}{a^2\sqrt{25-a^2}}$

$\Rightarrow f'\left(a\right)=0\Leftrightarrow a=3\in\left(0;5\right)$.

BBT:

a	0		3		5
$f'(a)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(a)$	$\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{37}{10}$	$\searrow$	$\dfrac{19}{10}$

Do đó $m \geq f(a),\ \forall a \in (0;5] \Leftrightarrow m \geq \dfrac{37}{10} = 3,7$.

Vậy $x = 3,7$ là giá trị cần tìm.

Chú ý: Có thể dùng MTCT để dò tìm $\max\limits_{(0;5)} f(a)$.

---HẾT---