

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN CHUYÊN TỈNH LÀO CAI 2018

Đề thi chính thức

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
LÀO CAI

NĂM HỌC 2018-2019

MÔN THI: TOÁN (CHUYÊN 1)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 01 trang, 05 câu)

Câu 1: (3,0 điểm).

1) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a-b} - \frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{b}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$ với a, b là các số dương khác nhau. Rút gọn P .

2) Cho hai số dương a, b và số c khác 0 thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. Chứng minh rằng $\sqrt{a+b} = \sqrt{a+c} + \sqrt{b+c}$

3) Cho $x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} - \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$,

$y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$

Tính giá trị của biểu thức $M = (x-y)^3 + 3(x-y)(xy+1)$

Câu 2: (2,0 điểm).

1) Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để chở 20 tấn rau theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe có trọng tải nhỏ hơn 1 tấn so với xe lớn ban đầu. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải của mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn?

2) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 - 3x + m - 4 = 0$ (trong đó

x ẩn) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2 + 2019}$ là số nguyên.

Câu 3: (3,0 điểm).

Cho đường tròn (w) có tâm O và một điểm A nằm ngoài đường tròn (w) . Qua A kẻ hai tiếp tuyến AK, AL tới (w) với K, L là các tiếp điểm. Vẽ tiếp tuyến (d) của đường tròn (w) tại điểm E thuộc cung nhỏ KL . Đường thẳng (d) cắt các đường thẳng AL, AK tương ứng tại M, N . Đường thẳng KL cắt OM tại P và cắt ON tại Q .

1) Chứng minh góc $AOL =$ góc AKL .

2) Chứng minh góc $MON = 90^\circ -$ góc $\frac{KAL}{2}$

3) Chứng minh MQ vuông góc với ON .

4) Chứng minh $KQ \cdot PL = EM \cdot EN$.

Câu 4: (1,0 điểm).

Các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Chứng minh rằng:
 $3(a+b+c) \geq \sqrt{8a^2+1} + \sqrt{8b^2+1} + \sqrt{8c^2+1}$

Câu 5: (1,0 điểm).

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $xy^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$

2) Cho m, n là hai số nguyên thỏa mãn $4(m+n)^2 - mn$ chia hết cho 225. Chứng minh rằng mn cũng chia hết cho 225.

Đáp án tham khảo

Câu 1, ý 1.

$$P = \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b} - a(\sqrt{a} - \sqrt{b}) + b(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b}$$

$$= \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

Câu 1, ý 2.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{c} = -\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) < 0 \\ \frac{ab+bc+ca}{abc} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ ab+bc+ca = 0 \end{cases}$$

Ta có: $\sqrt{a+b} = \sqrt{a+c} + \sqrt{b+c}$

$$\Leftrightarrow a+b = a+b+2c + 2\sqrt{(a+c)(b+c)}$$

$$\Leftrightarrow c + \sqrt{ab+bc+ca+c^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow c + |c| = 0. \text{ Điều này đúng vì } c < 0.$$

Câu 1, ý 3.

Áp dụng hằng đẳng thức: $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

Ta có: $x^3 = 4\sqrt{2} - 3x, y^3 = 24\sqrt{2} - 3y$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) + 3xy(x-y) + 3(x-y)$$

$$= x^3 - y^3 + 3(x-y) = -20\sqrt{2}$$

Câu 2, ý 1.

Giả sử một xe tải nhỏ chỉ được x tấn rau, $x > 0$.

$\Rightarrow$ Một xe tải lớn chỉ được $x+1$ tấn rau.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{20}{x} = \frac{20}{x+1} + 1$

$$\Leftrightarrow \frac{20}{x(x+1)} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-5 \end{cases}$$

Vậy trong hai số xe tải nhỏ là 4 tấn.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN CHUYÊN TỈNH LÀO CAI 2018

Ân 2 ý 2. PT có 2 nghiệm p/hat $\Leftrightarrow \Delta' = \frac{9}{4} - m + 4 > 0$
 $\Leftrightarrow m < \frac{25}{4}$

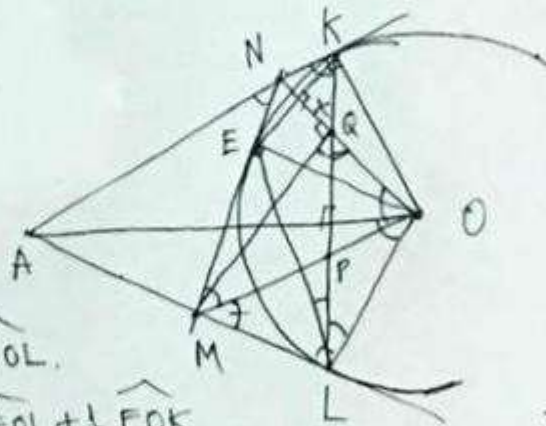
Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\frac{x_1 + x_2}{(x_1 x_2)^{2019}} = \frac{3}{(m-4)^{2019}}$

là số nguyên $\Leftrightarrow (m-4)^{2019}$ là ước của 3
 $\Rightarrow m-4$ là ước của 3.

TH1: $m-4 = \pm 3 \Rightarrow (m-4)^{2019} = \pm 3^{2019}$ không thể là ước của 3.

TH2: $m-4 = \pm 1 \Rightarrow (m-4)^{2019} = \pm 1$ là ước của 3.
 khi đó $m = 5$ hoặc $m = 3$.

Ân 3



a) $\widehat{AKO} + \widehat{ALO} = 180^\circ$
 $\Rightarrow AKOL$ là tứ giác $\Rightarrow \widehat{AKL} = \widehat{AOL}$.

b) $\widehat{MON} = \widehat{MOE} + \widehat{EON} = \frac{1}{2} \widehat{EOL} + \frac{1}{2} \widehat{EOK}$
 $= \frac{1}{2} \widehat{KOL} = \frac{1}{2} (180^\circ - \widehat{KAL}) = 90^\circ - \frac{\widehat{KAL}}{2}$

d) $OE \perp ML$ tại $P \Rightarrow \widehat{LMO} = \widehat{EMO} = \widehat{ELO} = \widehat{ELK} + \widehat{KLO} = \frac{1}{2} \widehat{EOK} + \widehat{LKO}$
 $= \widehat{NOK} + \widehat{LKO} = \widehat{N\&K}$

Mà $\widehat{N\&K} = \widehat{MLP} \Rightarrow \Delta MLP \sim \Delta \&KN \Rightarrow \frac{ML}{\&K} = \frac{LP}{KN}$
 $\Rightarrow K\&.PL = ML.NK = EM.EN$

e) $\widehat{QOM} = \frac{1}{2} \widehat{MON} = \widehat{QLM} \Rightarrow QOLM$ là tứ giác
 $\Rightarrow \widehat{MQO} = 180^\circ - \widehat{MLO} = 90^\circ \Rightarrow MQ \perp ON$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN CHUYÊN TỈNH LÀO CAI 2018

Ân 4

$$\begin{aligned} 18(a+b+c) &= \left(8a + \frac{1}{a} + 9a\right) + \left(8b + \frac{1}{b} + 9b\right) + \left(8c + \frac{1}{c} + 9c\right) \\ &= \left(\frac{8a^2+1}{a} + 9a\right) + \left(\frac{8b^2+1}{b} + 9b\right) + \left(\frac{8c^2+1}{c} + 9c\right) \\ &\geq 6\sqrt{8a^2+1} + 6\sqrt{8b^2+1} + 6\sqrt{8c^2+1} \end{aligned}$$

Suy ra: $3(a+b+c) \geq \sqrt{8a^2+1} + \sqrt{8b^2+1} + \sqrt{8c^2+1}$

Đấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} 8a + \frac{1}{a} = 9a \\ 8b + \frac{1}{b} = 9b \\ 8c + \frac{1}{c} = 9c \\ a+b+c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \end{cases} \Rightarrow a=b=c=1$

Ân 5 y(1) $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0. \quad (1)$

$$\Delta = 4x^2 + 12x + 8$$

Để pt có nghiệm nguyên $\Rightarrow 4x^2 + 12x + 8 = k^2, k \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - k^2 = 1$$

$$\Rightarrow (2x+3)^2 - k^2 = 1 \Rightarrow (2x+3-k)(2x+3+k) = 1$$

TH1: $2x+3-k = 2x+3+k = 1 \Rightarrow x = -1$

Thay vào pt (1) ta được: $y^2 - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 1$.

TH2: $2x+3-k = 2x+3+k = -1 \Rightarrow x = -2$

Thay vào pt (1) ta được: $y^2 - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 2$.

Vậy pt có 2 nghiệm $(x, y) = (-1, 1)$ và $(x, y) = (-2, 2)$.

Ân 5 y(2).

Đặt $A = 4(m+n)^2 - mn$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4A &= 16(m+n)^2 - 4mn = 16(m+n)^2 + (m-n)^2 - (m+n)^2 \\ &= 15(m+n)^2 + (m-n)^2 \end{aligned}$$

mà $A: 225 \Rightarrow \begin{cases} m-n: 3 \\ m-n: 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m-n)^2: 9 \\ (m-n)^2: 25 \end{cases} \Rightarrow (m-n)^2: 225$

$$\Rightarrow (m+n)^2: 15 \Rightarrow \begin{cases} m+n: 3 \\ m+n: 5 \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} m-n: 15 \\ m+n: 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m: 15 \\ n: 15 \end{cases} \Rightarrow mn: 225$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN CHUYÊN TỈNH LÀO CAI 2018

(Nguồn: Thầy Nguyễn Quang Tân)