

Đáp án bài 9 trang 180 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11

Đáp án bài 9 trang 180 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11 phần bài tập ôn tập cuối năm. Hãy tính tổng của năm số hạng đầu của cấp số nhân đã cho.

1. Đề bài

Cho biết trong một cấp số nhân, hiệu của số hạng thứ ba và số hạng thứ hai bằng 12 và nếu thêm 10 vào số hạng thứ nhất, thêm 8 vào số hạng thứ hai, còn giữ nguyên số hạng thứ ba thì ba số mới lập thành một cấp số cộng. Hãy tính tổng của năm số hạng đầu của cấp số nhân đã cho.

2. Đáp án - hướng dẫn

Theo giả thiết ta có:

Cấp số nhân: u_1, u_2, u_3, \dots

Cấp số cộng: $u_1 + 10, u_2 + 8, u_3, \dots$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_3 - u_2 = 12 \\ u_2 + 8 = \frac{(u_1 + 10) + u_3}{2} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^2 - u_1 q = 12 \\ 2(u_1 q + 8) = u_1 + 10 + u_1 q^2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(q^2 - q) = 12 \\ u_1(q^2 - 2q + 1) = 6 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(q^2 - q) = 12 & (1) \\ u_1(q - 1)^2 = 6 & (2) \end{cases} \quad (u_1 \neq 0, q \neq 0, q \neq 1)$$

Lấy (1) chia cho 2 vế theo vế, ta được:

$$\Leftrightarrow \frac{q^2 - q}{(q - 1)^2} = 2 \Leftrightarrow \frac{q(q - 1)}{(q - 1)^2} = 2$$
$$\Leftrightarrow \frac{q}{q - 1} = 2 \Leftrightarrow q = 2q - 2 \Leftrightarrow q = 2$$

Với $q = 2$, thay vào (1) ta có: $u_1(4 - 2) = 12 \Leftrightarrow u_1 = 6$

Lúc đó: $S_5 = u_1 \frac{1 - q^5}{1 - q} = 6 \cdot \frac{1 - 2^5}{1 - 2} = 186$.