

Lời giải bài 3 trang 179 SGK toán đại số và giải tích lớp 11

Cách giải bài 3 trang 179 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11 phần bài tập ôn tập cuối năm. Giải các phương trình

1. Đề bài

Giải các phương trình

a) $2 \sin \frac{x}{2} \cos^2 x - 2 \sin \frac{x}{2} \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

b) $3 \cos x + 4 \sin x = 5$

c) $\sin x + \cos x = 1 + \sin x \cdot \cos x$

d) $\sqrt{1 - \cos x} = \sin x (x \in [\pi, 3\pi])$

e) $(\cos \frac{x}{4} - 3 \sin x) \sin x + (1 + \sin \frac{x}{4} - 3 \cos x) \cos x = 0$

2. Đáp án - hướng dẫn

e)

$$(\cos \frac{x}{4} - 3 \sin x) \sin x + (1 + \sin \frac{x}{4} - 3 \cos x) \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cos \frac{x}{4} + \cos x \sin \frac{x}{4} + \cos x - 3(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \frac{x}{4}) + \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin \frac{5x}{4} + \cos x = 3$$

Vì $\sin \frac{5x}{4} \leq 1$, $\cos x \leq 1$ nên phương trình trên vô nghiệm.

Lời giải bài 3 trang 179 SGK toán đại số và giải tích lớp 11

a)

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos^2 x - 2 \sin \frac{x}{2} \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{x}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos 2x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x (2 \sin \frac{x}{2} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k4\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{3} + k4\pi \end{cases}$$

b) Ta có:

$$3\cos x + 4\sin x = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{5} \cos x + \frac{4}{5} \sin x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos x \cos \varphi + \sin x \sin \varphi = 1$$

$$\left(\text{với } \cos \varphi = \frac{3}{5}; \sin \varphi = \frac{4}{5} \right)$$

$$\Leftrightarrow \cos(x - \varphi) = 1$$

$$\Leftrightarrow x - \varphi = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \varphi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải bài 3 trang 179 SGK toán đại số và giải tích lớp 11

$$c) \sin x + \cos x = 1 + \sin x \cdot \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin x - \sin x \cdot \cos x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(1 - \cos x) - (1 - \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - \cos x)(\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

d) Điều kiện $\sin x \geq 0$. Khi đó:

$$\sqrt{1 - \cos x} = \sin x$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos x = \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sin^2 x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(\cos x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 3\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{5}{2}$$

$$\begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \end{matrix} \begin{cases} k = 1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ (ktm } \sin x \geq 0) \\ k = 2 \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$\pi \leq k2\pi \leq 3\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k = 1 \Rightarrow x = 2\pi \text{ (tm)}$$