

Giải bài 7 trang 126 sách giáo khoa hình học lớp 11

Cách giải bài 7 trang 126 sách giáo khoa hình học lớp 11 thuộc bài tập ôn tập hình học cuối năm

1. Đề bài

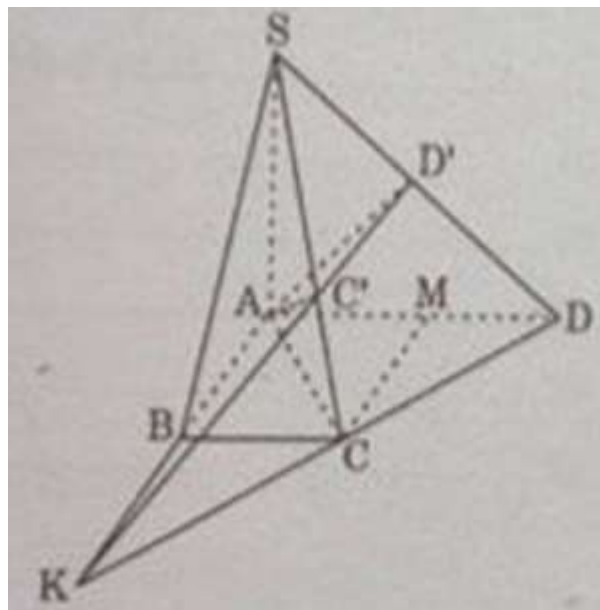
Cho hình thang ABCD vuông tại A và B, có $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Trên tia Ax vuông góc với mặt phẳng (ABCD) lấy một điểm S. Gọi C', D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SC và SD. Chứng minh rằng :

a) $\widehat{SBC} = \widehat{SCD} = 90^\circ$

b) AD' , AC' và AB cùng nằm trên một mặt phẳng.

c) Chứng minh rằng đường thẳng $C'D'$ luôn luôn đi qua một điểm cố định khi S di động trên tia Ax.

2. Đáp án - hướng dẫn



Giải bài 7 trang 126 sách giáo khoa hình học lớp 11

a) Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow SB \perp BC \text{ (định lí 3 đường vuông góc)} \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^0$$

Gọi M là trung điểm của AD .

$ABCM$ là hình vuông nên $CM = a \Rightarrow CM = \frac{1}{2}AD$

Tam giác ACD có trung tuyến CM bằng $\frac{1}{2}$ cạnh tương ứng nên nó là tam giác vuông, hay tam giác ACD vuông tại C có $AC \perp CD$

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ AC \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow SC \perp CD \text{ (định lí 3 đường vuông góc)}$$

$$\Rightarrow \widehat{SCD} = 90^0$$

b) Ta có :

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AB \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp SD \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp AC \\ CD \perp SC \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} CD \perp (SAC) \\ AC' \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow AC' \perp CD$$

Kết hợp với $AC' \perp SC$ suy ra $AC' \perp (SCD)$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} AC' \perp (SCD) \\ SD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow AC' \perp SD \quad (2)$$

Giả thiết cho $AD' \perp SD \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) ta thấy ba đường thẳng AB, AD', AC' cùng vuông góc với SD . Vậy chúng cùng nằm trong mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SD .

c) Gọi K là giao điểm của $C'D'$ với AB .

$$K \in C'D' \Rightarrow K \in (SCD)$$

$$K \in AB \Rightarrow K \in (ABCD)$$

$$\Rightarrow K \text{ là giao điểm của hai mặt phẳng } (SCD) \text{ và } (ABCD)$$

Hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến CD . Như vậy ba đường thẳng $AB, CD, C'D'$ đồng quy tại K và AB, CD cố định suy ra K cố định.

Khi S chạy trên Ax thì $C'D'$ luôn đi qua điểm cố định là giao điểm của AB và CD .