

Giải bài 2 trang 125 sách giáo khoa hình học lớp 11

Đáp án bài 2 trang 125 sách giáo khoa hình học lớp 11 thuộc bài tập ôn tập hình học cuối năm

1. Đề bài

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi G và H tương ứng là trọng tâm và trực tâm của tam giác, các điểm A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

(a) Tìm phép vị tự F biến A, B, C tương ứng thành A', B', C'

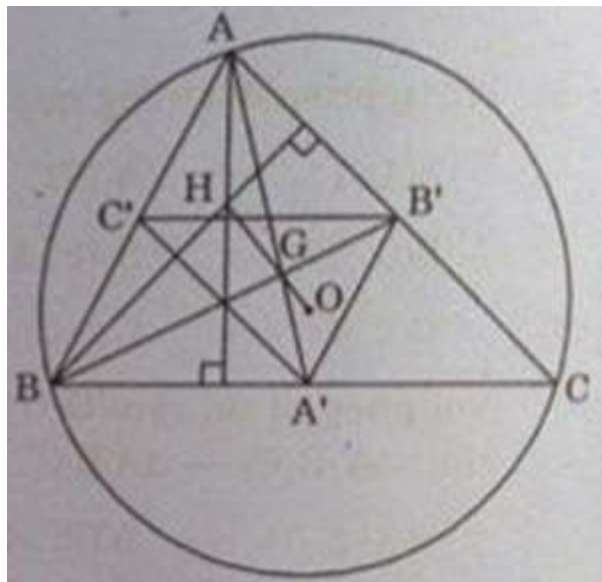
(b) Chứng minh rằng O, G, H thẳng hàng.

(c) Tìm ảnh của O qua phép vị tự F

(d) Gọi A'', B'', C'' lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BH, CH ; A_1, B_1, C_1 theo thứ tự là giao điểm thứ hai của các tia AH, BH, CH với đường tròn (O) ; A'_1, B'_1, C'_1 tương ứng là chân các đường cao đi qua A, B, C . Tìm ảnh của A, B, C, A_1, B_1, C_1 qua phép vị tự tâm H tỉ số $1/2$.

(e) Chứng minh chín điểm $A', B', C', A'', B'', C'', A'_1, B'_1, C'_1$ cùng thuộc một đường tròn (đường tròn này gọi là đường tròn O -le của tam giác ABC)

2. Đáp án - hướng dẫn



Giải bài 2 trang 125 sách giáo khoa hình học lớp 11

a) Ta có

$$\overrightarrow{GA'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA};$$

$$\overrightarrow{GB'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB};$$

$$\overrightarrow{GC'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$$

Vậy phép vị tự tâm G tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến A, B, C thành A', B', C' .

b) A' là trung điểm của dây BC nên $OA' \perp BC$

Ta lại có $BC // C'B' \Rightarrow OA' \perp B'C'$

$\Rightarrow$ Trong tam giác $A'B'C'$ thì OA' là đường cao kẻ từ đỉnh A' . Tương tự, OB' là đường cao kẻ từ B' , suy ra O là trực tâm của $\Delta A'B'C'$.

H là trực tâm của ΔABC và O là trực tâm của $\Delta A'B'C'$ nên O là ảnh của H trong phép vị tự tâm

G , tỉ số $k = -\frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{GO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

$\Rightarrow$ Ba điểm O, G, H thẳng hàng.

Giải bài 2 trang 125 sách giáo khoa hình học lớp 11

c) Gọi O' là ảnh của O trong phép vị tự $F_{\left(G;-\frac{1}{2}\right)}$ ta có:

$$\overrightarrow{GO'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GO}$$

$$\overrightarrow{GO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GH} \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

$$\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GO'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH} - \frac{1}{2}\overrightarrow{GO}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OO'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{GO})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OO'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OH}$$

Đồng thức này chứng tỏ điểm O' là trung điểm của đoạn thẳng OH .

d) Gọi A'' , B'' , C'' lần lượt là trung điểm của AH , BH , CH ta có:

$$\overrightarrow{HA''} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HA}$$

$$\overrightarrow{HB''} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HB}$$

$$\overrightarrow{HC''} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$$

Vậy A'' , B'' , C'' là ảnh của các điểm A , B , C trong phép vị tự $V_{\left(H;\frac{1}{2}\right)}$.

Ta dễ dàng chứng minh được A'_1, B'_1, C'_1 theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng HA_1, HB_1, HC_1 nên:

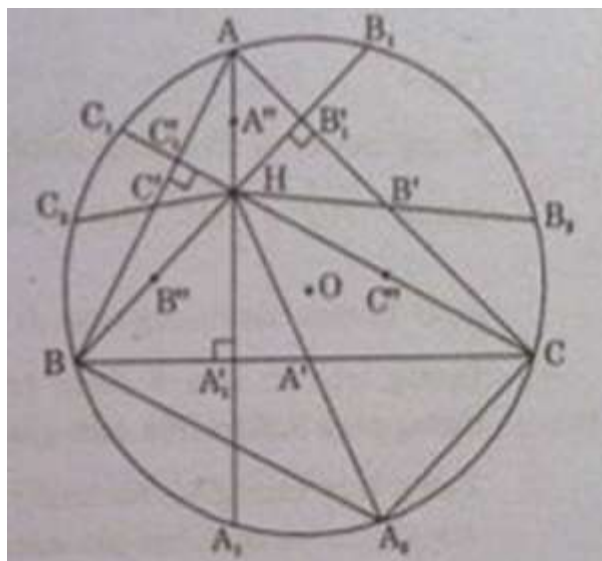
$$\overrightarrow{HA'_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HA_1}$$

$$\overrightarrow{HB'_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HB_1}$$

$$\overrightarrow{HC'_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC_1}$$

Như vậy A'_1, B'_1, C'_1 theo thứ tự là ảnh của các điểm A_1, B_1, C_1 trong phép vị tự $V_{\left(H;\frac{1}{2}\right)}$

Giải bài 2 trang 125 sách giáo khoa hình học lớp 11



e) Gọi A_2, B_2, C_2 theo thứ tự là các điểm xuyên tâm đối của các điểm A, B, C qua tâm O của đường tròn. Ta dễ dàng chứng minh được tứ giác $BHCA_2$ là hình bình hành, do đó H và A_2 đối xứng qua A' , ta có:

$$\overrightarrow{HA'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HA_2}$$

$$\overrightarrow{HB'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HB_2}$$

$$\overrightarrow{HC'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{HC_2}$$

Như vậy, các điểm A', B', C' theo thứ tự là ảnh của các điểm A_2, B_2, C_2 trong phép vị tự $V_{(H; \frac{1}{2})}$.

Từ đó ta có:

Chín điểm $A', B', C', A'', B'', C'', A'_1, B'_1, C'_1$ theo thứ tự là ảnh của các điểm $A, B, C, A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ trong phép vị tự $V_{(H; \frac{1}{2})}$ mà chín điểm $A, B, C, A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ nằm trên đường tròn (O) nên chín điểm $A, B, C, A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ nằm trên đường tròn ảnh của đường tròn (O) trong phép vị tự $V_{(H; \frac{1}{2})}$