

Hướng dẫn giải bài 6 trang 122 SGK hình học lớp 11

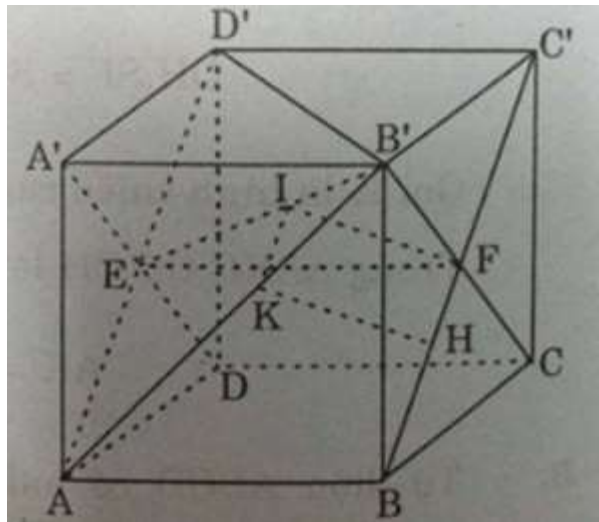
Cách giải 6 trang 122 SGK hình học lớp 11 Bài tập ôn tập chương 3 : Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

1. Đề bài

Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

- a) Chứng minh BC' vuông góc với mặt phẳng $(A'B'CD)$
- b) Xác định và tính độ dài đoạn vuông góc chung của AB' và BC' .

2. Đáp án - hướng dẫn



Hướng dẫn giải bài 6 trang 122 SGK hình học lớp 11

a) Ta có tứ giác $BCC'B'$ là hình vuông nên $BC' \perp B'C$ (1)

Mặt khác $A'B' \perp (BCC'B') \Rightarrow A'B' \perp BC'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $BC' \perp (A'B'CD)$

b) Do $AD' // BC'$ nên mặt phẳng $(AB'D')$ là mặt phẳng chứa AB' và song song với BC' .

Ta tìm hình chiếu của BC' trên $mp(AB'D')$

Gọi E, F là tâm của các mặt bên $ADD'A'$ và $BCC'B'$

Từ F kẻ $FI \perp B'E$. Ta có $BC' // AD'$ mà $BC' \perp (A'B'CD)$

$\Rightarrow AD' \perp (A'B'CD)$ và $IF \subset (A'B'CD)$

$AD' \perp IF$ (3)

$EB' \perp IF$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $IF \perp (AB'D')$

Vậy I là hình chiếu của F trên $mp(AB'D')$. Qua I ta dựng đường thẳng song song với BC' thì đường thẳng này chính là hình chiếu của BC' trên mp $(AB'D')$

Đường thẳng qua I song song với BC' cắt AB' tại K . Qua K kẻ đường thẳng song song với IF , đường này cắt BC' tại H . KH chính là đường vuông góc chung của AB' và BC' . Thật vậy:

$IF \perp (AB'D') \Rightarrow IF \perp AB'$ và $KH // IF$ suy ra $KH \perp AB'$

$$\left. \begin{array}{l} BC' \perp (A'B'CD) \\ IF \subset (A'B'CD) \end{array} \right\} \Rightarrow IF \perp BC' \left. \begin{array}{l} \\ KH // IF \end{array} \right\} \Rightarrow KH \perp BC'$$

Tam giác EFB' vuông góc tại F , FI là đường cao thuộc cạnh huyền nên $\frac{1}{IF^2} = \frac{1}{FB^2} + \frac{1}{FE^2}$

với $\begin{cases} FB' = \frac{a\sqrt{2}}{2} \\ EF = a \end{cases}$

Ta tính ra: $IF = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow KH = IF = \frac{a\sqrt{3}}{3}$