

Hướng dẫn giải bài 8 trang 98 SGK hình học lớp 11

Hướng dẫn giải bài 8 trang 98 SGK hình học lớp 11 Chương III : Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian Bài 2. Hai đường thẳng vuông góc

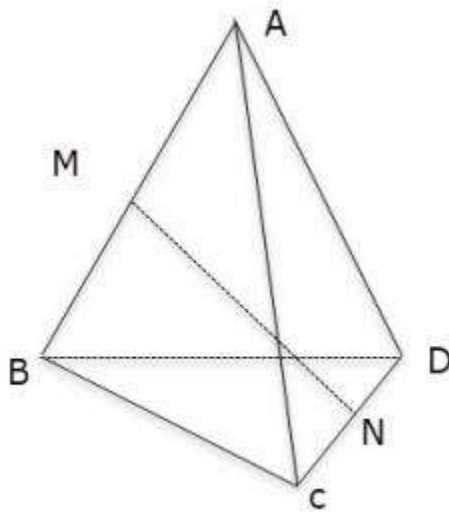
1. Đề bài

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Chứng minh rằng:

a) $AB \perp CD$;

b) Nếu M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì $MN \perp AB$ và $MN \perp CD$.

2. Đáp án - hướng dẫn



Hướng dẫn giải bài 8 trang 98 SGK hình học lớp 11

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$= AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} - AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 0$$

$$\Rightarrow AB \perp CD.$$

$$\text{b) } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}, \quad (1)$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}. \quad (2)$$

$$\text{Cộng (1) với (2) theo vế với vế ta được: } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - AB^2)$$

$$= \frac{1}{2}(AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} + AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} - AB^2)$$

$$= \frac{1}{2}(AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ + AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ - AB^2)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AB^2 + \frac{1}{2} AB^2 - AB^2 \right) = 0 \Rightarrow AB \perp MN.$$

Chứng minh tương tự ta được: $CD \perp MN$.