

GIẢI BÀI TẬP 67 TRANG 87

SGK TOÁN 7 TẬP 2 – HÌNH HỌC

Đề bài

Cho tam giác MNP với đường trung tuyến MR và trọng tâm Q.

a) Tính tỉ số các diện tích của hai tam giác MPQ và RPQ.

b) Tính tỉ số các diện tích của hai tam giác MNQ và RNQ.

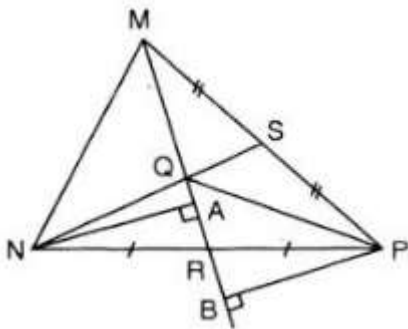
Từ các kết quả trên, hãy chứng minh các tam giác QMN, QNP, QPM có cùng diện tích.

Gợi ý: Hai tam giác ở mỗi câu a, b, c có chung đường cao.

Phương pháp

Áp dụng tính chất trọng tâm của tam giác.

Hướng dẫn giải



a) Vẽ $PB \perp MR$

Vậy tam giác MPQ và RPQ có chung đường cao PB.

Vì Q là trọng tâm của $\triangle MNP$ nên điểm Q thuộc đường trung tuyến MR và $MQ = 2QR$. Ta có:

$$S_{\triangle MPQ} = \frac{1}{2}MQ \cdot PB = \frac{1}{2} \cdot 2QR \cdot PB = QR \cdot PB$$

$$S_{\triangle RPQ} = \frac{1}{2}QR \cdot PB$$

$$\frac{S_{\triangle MPQ}}{S_{\triangle RPQ}} = \frac{QR \cdot PB}{\frac{1}{2}QR \cdot PB} = 2 \quad (1)$$

b) Vẽ $NA \perp MR$

Vậy tam giác MNQ và RNQ có chung đường cao PB.

Vì Q là trọng tâm của $\triangle MNP$ nên điểm Q thuộc đường trung tuyến MR và $MQ = 2QR$. Ta có

$$S_{\triangle MNQ} = \frac{1}{2}MQ \cdot NA = \frac{1}{2} \cdot 2QR \cdot NA = QR \cdot NA$$

$$S_{\triangle RNQ} = \frac{1}{2}QR \cdot NA$$

$$\frac{S_{\triangle MNQ}}{S_{\triangle RNQ}} = \frac{QR \cdot NA}{\frac{1}{2}QR \cdot NA} = 2 \quad (2)$$

c) Hai tam giác $\triangle RPQ$ và $\triangle RQN$ có chung đường cao kẻ từ Q và $PR = RN$ nên $S_{\triangle PQR} = S_{\triangle QNR}$

$$\text{Vì } S_{\triangle RPQ} + S_{\triangle RQN} = S_{\triangle QNP}$$

$$\text{Nên } S_{\triangle QNP} = 2 \cdot S_{\triangle RPQ} = 2 \cdot S_{\triangle RQN} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow S_{\triangle MNQ} = S_{\triangle QNP} = S_{\triangle MPQ}$$