

GIẢI BÀI TẬP 30 TRANG 67

SGK TOÁN 7 TẬP 2 – HÌNH HỌC

Đề bài

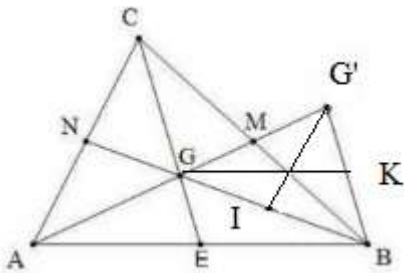
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Trên tia AG lấy điểm G' sao cho G là trung điểm của AG' .

- So sánh các cạnh của tam giác BGG' với các đường trung tuyến của tam giác ABC .
- So sánh các đường trung tuyến của tam giác BGG' với các cạnh của tam giác ABC .

Phương pháp

Áp dụng tính chất đường trung tuyến của tam giác.

Hướng dẫn giải



- So sánh các cạnh của $\triangle BGG'$ với các đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

- G là trọng tâm của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow GA = \frac{2}{3} AM$$

Mà $GA = GG'$ (G là trung điểm của AG')

$$\Rightarrow GG' = \frac{2}{3} AM$$

- Vì G là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow GB = \frac{2}{3} BN$

- Ta có:

$$GM = \frac{1}{2} AG \quad AG \text{ (do } G \text{ là trọng tâm)} \text{ và } AG = GG' \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow GM = \frac{1}{2} GG'$$

Xét $\triangle GMC$ và $\triangle G'MB$ có:

$$GM = MG'$$

$$MB = MC$$

Góc $GMC =$ góc $G'MB$ (hai góc đối đỉnh)

Vậy $\triangle GMC = \triangle G'MB$.

$$\Rightarrow BG' = CG$$

Mà $CG = \frac{2}{3} CE$ (G là trọng tâm tam giác ABC)

$$\Rightarrow BG' = \frac{2}{3} CE$$

Vậy mỗi cạnh của $\triangle BGG'$ bằng $\frac{2}{3}$ đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

b) So sánh các đường trung tuyến của $\triangle BGG'$ với các cạnh của $\triangle ABC$.

- Ta có: BM là đường trung tuyến $\triangle BGG'$

Mà M là trung điểm của BC nên $BM = \frac{1}{2} BC$

Vì $IG = \frac{1}{2} BG$ (Do I là trung điểm BG)

$GN = \frac{1}{2} BF$ (G là trọng tâm)

$$\Rightarrow IG = GN$$

Xét $\triangle IGG'$ và $\triangle NGA$ có:

$$IG = GN \text{ (cmt)}$$

$$GG' = GA \text{ (gt)}$$

góc $IGG' =$ góc NGA (hai góc đối đỉnh)

Vậy $\triangle IGG' = \triangle NGA$ (c.g.c) $\Rightarrow IG' = AN \Rightarrow IG' = \frac{AC}{2}$

- Gọi K là trung điểm $BG \Rightarrow GK$ là trung tuyến của $\triangle BGG'$

Vì $GE = \frac{1}{2} GC$ (G là trọng tâm tam giác ABC)

$$BG' = GC \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow GE = \frac{1}{2} BG'$$

Mà K là trung điểm BG' $\Rightarrow KG' = EG$

Vì $\triangle GMC = \triangle G'MB$ (cmt)

\Rightarrow góc GCM = góc G'BM (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow CE \parallel BG' \Rightarrow$ góc AGE = góc AG'B (đồng vị)

Xét $\triangle AGE$ và $\triangle GG'K$ có:

$EG = KG'$ (cmt)

$AG = GG'$ (gt)

góc AGE = góc AG'B (cmt)

Vậy $\triangle AGE = \triangle GG'K$ (c.g.c) $\Rightarrow AE = GK$

Mà $AE = 1/2 AB \Rightarrow GK = 1/2 AB$

Vậy mỗi đường trung tuyến của $\triangle BGG'$ bằng một nửa cạnh của tam giác ABC song song với nó.