

Giải bài 5 trang 99 sgk toán Hình Học lớp 10

Đề bài

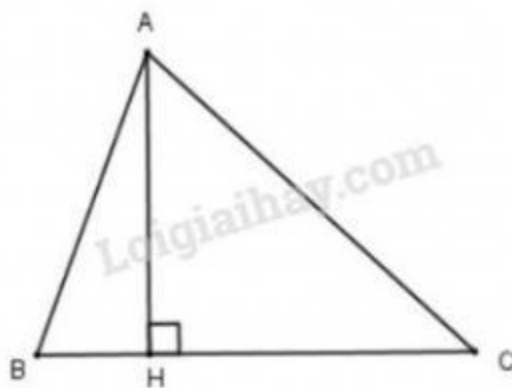
Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có

a) $a = b \cos C + c \cos B$

b) $\sin A = \sin B \cdot \cos C + \sin C \cdot \cos B$

c) $h_a = 2R \cdot \sin B \sin C$.

Đáp án



a) Trong tam giác **ABC** theo định lí **cosin** ta có

$$\begin{cases} \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & b \cos C + c \cos B \\ &= b \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) + c \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right) \\ &= \frac{2a^2 + b^2 - c^2 + c^2 - b^2}{2a} \end{aligned}$$

Vậy $a = b \cos C + c \cos B$

b) Trong tam giác **ABC** theo định lí **sin** ta có

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{a}{2R},$$

$$\sin B = \frac{b}{2R},$$

$$\sin C = \frac{c}{2R}$$

Ta có:

$$\sin B \cos C + \sin C \cos B$$

$$= \frac{b}{2R} \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$+ \frac{c}{2R} \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{a}{2R} = \sin A$$

c) Ta lại có: $a \cdot h_a = 2S \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}$

mà $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow h_a = \frac{2bc}{4R} = \frac{bc}{2R}$ (2)

Thế $b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$ vào (2) ta được:

$$h_a = \frac{2R \sin B \cdot 2R \sin C}{2R} \Rightarrow h_a = 2R \sin B \sin C$$