

GIẢI BÀI 41 TRANG 128 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC LỚP 9

Đề bài

Cho đường tròn (O) có đường kính BC , dây AD vuông góc với BC tại H .

Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC . Gọi $(I), (K)$ theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp tam giác HBE, HCF .

- Hãy xác định vị trí tương đối của các đường tròn: (I) và (O) ; (K) và (O) ; (I) và (K) .
- Tứ giác $AEHF$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh đẳng thức $AE \cdot AB = AF \cdot AC$
- Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (K)
- Xác định vị trí của điểm H để EF có độ dài lớn nhất.

Hướng dẫn giải

1) Vị trí tương đối của hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)$ ($R \geq r$)

- TH1: 2 đường tròn cắt nhau (có 2 điểm chung) khi và chỉ khi : $R - r < OO' < R + r$

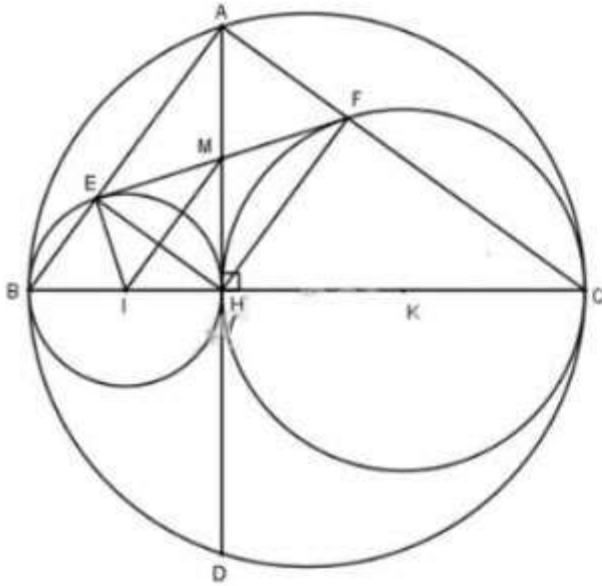
- TH2: 2 đường tròn tiếp xúc nhau (1 điểm chung)

+) Tiếp xúc trong khi và chỉ khi $OO' = R - r > 0$

+) Tiếp xúc ngoài khi và chỉ khi $OO' = R + r$

2) Chứng minh 1 đường thẳng là tiếp tuyến của 1 đường tròn thì ta chứng minh cho đường thẳng đó vuông góc với bán kính tại 1 điểm thuộc đường tròn.

Đáp án bài 41 trang 128 sgk hình học lớp 9



a) $OI = OB - IB$ nên (I) tiếp xúc trong với (O)

$OK = OC - KC$ nên (K) tiếp xúc trong với (O)

$IK = IH + KH$ nên (I) tiếp xúc ngoài với (K)

b) $\widehat{BEH} = 90^\circ$ (E thuộc đường tròn đường kính BH)

$\Rightarrow \widehat{AEH} = 90^\circ$

Tương tự có $\widehat{AFH} = 90^\circ; \widehat{BAC} = 90^\circ$

Tứ giác AEHF có $\widehat{EAF} = \widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật.

c) ΔABH vuông tại H, HE là đường cao nên $AH^2 = AE \cdot AB$

ΔACH vuông tại H, HF là đường cao nên $AH^2 = AF \cdot AC$

Do đó $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ (vì cùng bằng AH^2)

d) Gọi M là giao điểm của AH và EF, ta có: $ME = MF = MH = MA$ (do tứ giác AEHF là hình chữ nhật)

Xét $\triangle MEI$ và $\triangle MHI$ có:

$$ME = MH, IE = IH (= R), MI \text{ (cạnh chung)}$$

Do đó $\triangle MEI = \triangle MHI$ (c.c.c)

$$\Rightarrow \widehat{MEI} = \widehat{MHI}$$

mà $\widehat{MHI} = 90^\circ$ (do AD vuông góc với BC) nên $\widehat{MEI} = 90^\circ$

\Rightarrow ME hay EF là tiếp tuyến của đường tròn (I)

Chứng minh tương tự có EF là tiếp tuyến của đường tròn (K)

e) Ta có $EF = AH$ mà $AH \leq AO = R$

Do đó $EF \leq R$, không đổi. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv O$

Vậy khi dây AD vuông góc với BC tại O thì EF có độ dài lớn nhất.