GIẢI TOÁN LỚP 9: ĐÁP ÁN BÀI 39 TRANG 123 SGK HÌNH HỌC

Đề bài

Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC, $B \in (O), C \in (O')$. Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở I.

a) Chứng minh rằng $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

b) Tính số đo góc OIO'.

c) Tính độ dài BC, biết $OA = 9cm,\ O'A = 4cm$.

Hướng dẫn giải

a) +) Đường tròn (O) có hai tiếp tuyến AB, AC lần lượt tại B, C thì $AB = AC$.

+) Tam giác có đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh đó là tam giác vuông.

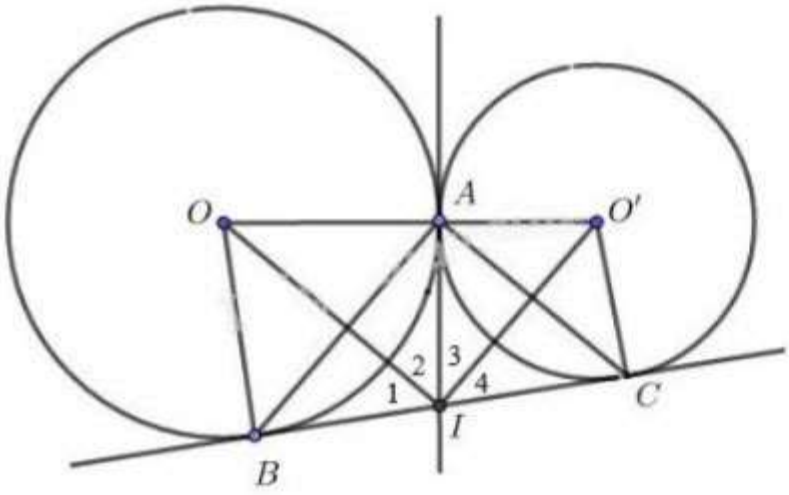
b) + Đường tròn (O) có hai tiếp tuyến AB, AC lần lượt tại B, C thì AO là tia phân giác của góc BAC.

+) Hai tia phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau.

c) Hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A có tiếp tuyến chung là đường thẳng d thì $d \perp OO'$ tại A.

+) Hệ thức giữa đường cao và hình chiếu: ΔABC vuông tại A, đường cao AH thì $AH^2 = BH.CH$.

Đáp án bài 39 trang 123 sgk hình học lớp 9



a)

Xét đường tròn (O) có $IB,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $B,\ A$

$\Rightarrow IB = IA$

Xét đường tròn (O') có $IC,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $C,\ A$

$\Rightarrow IC = IA$

$\Rightarrow IB = IC = IA = \dfrac{1}{2}BC$

Suy ra ΔABC vuông tại A (tam giác có đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh đó)

$\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^{\circ}$.

b) Xét đường tròn (O) có $IB,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $B,\ A$

$\Rightarrow IO$ là tia phân giác của góc $BIA \Rightarrow \widehat{I_1} = \widehat{I_2}$

Xét đường tròn (O') có $IC,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $C,\ A$

$\Rightarrow IO'$ là tia phân giác của góc $CIA \Rightarrow \widehat{I_3} = \widehat{I_4}$

Lại có $\widehat{I_1} + \widehat{I_2} + \widehat{I_3} + \widehat{I_4} = 180^o$

$\Leftrightarrow \widehat{I_2} + \widehat{I_2} + \widehat{I_3} + \widehat{I_3} = 180^o$

$\Leftrightarrow 2\widehat{I_2} + 2\widehat{I_3} = 180^o$

$\Leftrightarrow 2(\widehat{I_2} + \widehat{I_3}) = 180^o$

$\Leftrightarrow \widehat{I_2} + \widehat{I_3} = 90^o$

$\Leftrightarrow \widehat{OIO'} = 90^o$

Cách 2:

Xét đường tròn (O) có $IB,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $B,\ A$

$\Rightarrow IO$ là tia phân giác của góc $BIA \Rightarrow \widehat{I_1} = \widehat{I_2}$

Xét đường tròn (O') có $IC,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $C,\ A$

$\Rightarrow IO'$ là tia phân giác của góc $CIA \Rightarrow \widehat{I_3} = \widehat{I_4}$

Mà góc BIA và góc AIC là hai góc kề bù.

Suy ra $\widehat{OIO'} = 90^{\circ}$ (hai tia phân giác của hai góc kề bù).

b) Xét đường tròn (O) có $IB,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $B,\ A$

$\Rightarrow IO$ là tia phân giác của góc $BIA \Rightarrow \widehat{I_1} = \widehat{I_2}$

Xét đường tròn (O') có $IC,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $C,\ A$

$\Rightarrow IO'$ là tia phân giác của góc $CIA \Rightarrow \widehat{I_3} = \widehat{I_4}$

Lại có $\widehat{I_1} + \widehat{I_2} + \widehat{I_3} + \widehat{I_4} = 180^o$

$\Leftrightarrow \widehat{I_2} + \widehat{I_2} + \widehat{I_3} + \widehat{I_3} = 180^o$

$\Leftrightarrow 2\widehat{I_2} + 2\widehat{I_3} = 180^o$

$\Leftrightarrow 2(\widehat{I_2} + \widehat{I_3}) = 180^o$

$\Leftrightarrow \widehat{I_2} + \widehat{I_3} = 90^o$

$\Leftrightarrow \widehat{OIO'} = 90^o$

Cách 2:

Xét đường tròn (O) có $IB,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $B,\ A$

$\Rightarrow IO$ là tia phân giác của góc $BIA \Rightarrow \widehat{I_1} = \widehat{I_2}$

Xét đường tròn (O') có $IC,\ IA$ là hai tiếp tuyến lần lượt tại $C,\ A$

$\Rightarrow IO'$ là tia phân giác của góc $CIA \Rightarrow \widehat{I_3} = \widehat{I_4}$

Mà góc BIA và góc AIC là hai góc kề bù.

Suy ra $\widehat{OIO'} = 90^{\circ}$ (hai tia phân giác của hai góc kề bù).

c) Vì IA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn nên $IA \perp OO'$.

Xét tam giác OIO' vuông tại I, áp dụng hệ thức giữa đường cao và hình chiếu trong tam giác vuông, ta có:

$$AI^2 = AO.AO' \Rightarrow AI^2 = 9.4 = 36$$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{36} = 6$$

Từ câu a, ta có $AI = \dfrac{BC}{2} \Rightarrow BC = 2.AI = 2.6 = 12$.

Nhận xét. Câu a), b) chỉ là gợi ý để làm câu c). Đối với những bài toán có hai đường tròn tiếp xúc, ta thường vẽ thêm tiếp tuyến chung tại tiếp điểm để xuất hiện yếu tố trung gian giúp cho việc tính toán hoặc chứng minh được thuận lợi.