

Giải bài 4 trang 93 sgk toán Hình Học lớp 10

Đề bài

Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ và hai điểm $O(0;0)$, $A(2;0)$

- a) tìm điểm đối xứng của O qua Δ
- b) Tìm điểm M trên Δ sao cho độ dài đường gấp khúc ngắn nhất

Đáp án

- a) Gọi H là hình chiếu của O trên Δ , H là giao điểm của đường thẳng qua O và vuông góc với Δ

$$\overrightarrow{OH} = (x; y)$$

$$\Delta: x - y + 2 = 0 \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u}(1; 1)$$

$$\overrightarrow{OH} \perp \Delta \Rightarrow 1.x + 1.y = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 1)$$

Gọi O' là điểm đối xứng của O qua Δ thì H là trung điểm của đoạn thẳng OO'

$$x_H = \frac{x_O + x_{O'}}{2} \Leftrightarrow -1 = \frac{0 + x_{O'}}{2}$$

$$\Rightarrow x_{O'} = -2$$

$$y_H = \frac{y_O + y_{O'}}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{0 + y_{O'}}{2}$$

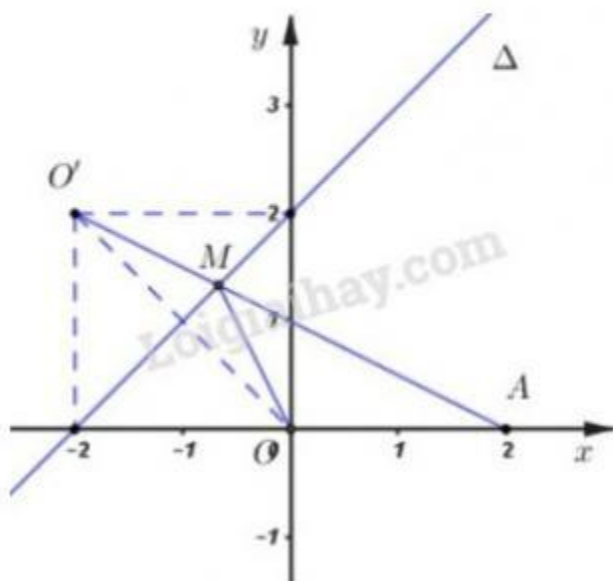
$$\Rightarrow y_{O'} = 2$$

Vậy $O'(-2; 2)$.

b) Nối $O'A$ cắt Δ tại M

Ta có: $OM = O'M$

$$\Rightarrow OM + MA = O'M + MA = O'A$$



Giả sử trên Δ có một điểm $M' \neq M$, ta có ngay:

$$OM' + M'A > O'A$$

Vậy điểm M , giao điểm của $O'A$ với Δ , chính là điểm thuộc Δ mà độ dài của đường gấp khúc OMA ngắn nhất.

$A(2; 0); O(-2; 2)$ nên $O'A$ có hệ phương trình: $x + 2y - 2 = 0$

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$$