

Lời giải bài 6 trang 169 SGK toán đại số và giải tích lớp 11

Hướng dẫn giải bài 6 trang 169 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 5 Đạo Hàm - Bài 3. Đạo hàm của hàm số lượng giác

1. Đề bài

Chứng minh rằng các hàm số sau có đạo hàm không phụ thuộc x :

a) $\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$;

b) $\cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - x \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - x \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} + x \right) - 2 \sin^2 x$.

2. Đáp án - hướng dẫn

a) Ta có:

$$\begin{aligned} y' &= 6\sin^5 x \cdot \cos x - 6\cos^5 x \cdot \sin x + 6\sin x \cdot \cos^3 x - 6\sin^3 x \cdot \cos x \\ &= 6\sin^3 x \cdot \cos x (\sin^2 x - 1) + 6\sin x \cdot \cos^3 x (1 - \cos^2 x) \\ &= -6\sin^3 x \cdot \cos^3 x + 6\sin^3 x \cdot \cos^3 x = 0. \end{aligned}$$

Vậy $y' = 0$ với mọi x , tức là y' không phụ thuộc vào x .

Lời giải bài 6 trang 169 SGK toán đại số và giải tích lớp 11

b)

$$y = \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)}{2} + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right)}{2} + \frac{1 + \cos\left(\frac{4\pi}{3} - 2x\right)}{2} \\ + \frac{1 + \cos\left(\frac{4\pi}{3} + 2x\right)}{2} - 2\sin^2 x$$

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm số hợp ta được

$$y' = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3} - 2x\right) \\ - \sin\left(\frac{4\pi}{3} + 2x\right) - 2\sin 2x$$

$$= 2\cos\frac{2\pi}{3} \cdot \sin(-2x) + 2\cos\frac{4\pi}{3} \cdot \sin(-2x) - 2\sin 2x$$

$$= \sin 2x + \sin 2x - 2\sin 2x = 0,$$

$$(\text{Vì } \cos\frac{2\pi}{3} = \cos\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}.)$$

Vậy $y' = 0$ với mọi x , do đó y' không phụ thuộc vào x .