

Đáp án bài 64 trang 92 sách giáo khoa hình học 9 tập 2

Đề bài

Trên đường tròn bán kính R lần lượt đặt theo cùng một chiều, kể từ điểm A , ba cung $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$ sao cho: $sđ\widehat{AB}=60^0$, $sđ\widehat{BC}=90^0$, $sđ\widehat{CD}=120^0$

- Tứ giác $ABCD$ là hình gì?
- Chứng minh hai đường chéo của tứ giác $ABCD$ vuông góc với nhau.
- Tính độ dài các cạnh của tứ giác $ABCD$ theo R .

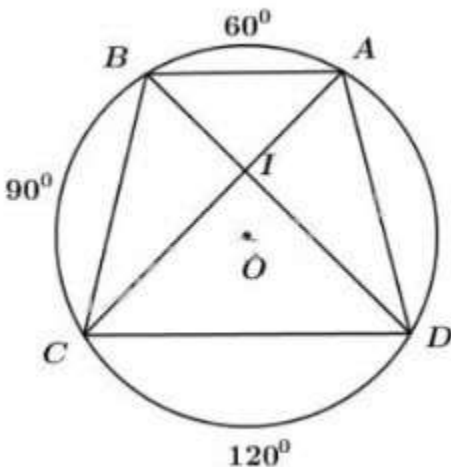
Hướng dẫn giải

+) Dựa vào các dấu hiệu nhận biết của các hình tứ giác đặc biệt và các tứ giác nào có thể nội tiếp đường tròn để chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình gì.

+) Số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn.

+) Số đo của góc có đỉnh nằm trong đường tròn bằng nửa số đo của tổng hai cung bị chắn.

Đáp án bài 64 trang 92 sgk giải tích lớp 9



a) Ta có:

$$\widehat{BAD} = \frac{90^\circ + 120^\circ}{2} = 105^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn } \widehat{BCD} \text{)} \quad (1)$$

$$\widehat{ADC} = \frac{60^\circ + 90^\circ}{2} = 75^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn } \widehat{ABC} \text{)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) có:

$$\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ \quad (3)$$

$\widehat{BAD}$ và $\widehat{ADC}$ là hai góc trong cùng phía tạo bởi cát tuyến AD và hai đường thẳng AB, CD .

Đẳng thức (3) chứng tỏ $AB \parallel CD$. Do đó tứ giác $ABCD$ là hình thang, mà hình thang nội tiếp là hình thang cân.

Vậy $ABCD$ là hình thang cân ($BC = AD$ và $sđ\widehat{BC} = sđ\widehat{AD} = 90^\circ$)

b) Giả sử hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I .

$\widehat{CID}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn, nên:

$$\widehat{CID} = \frac{sđ\widehat{AB} + sđ\widehat{CD}}{2} = \frac{60^\circ + 120^\circ}{2} = 90^\circ$$

Vậy $AC \perp BD$.

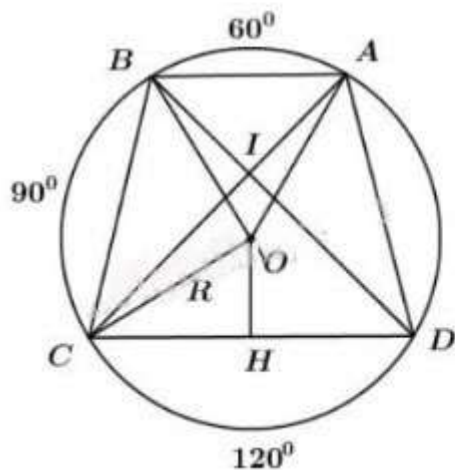
c) Vì $sđ\widehat{AB} = 60^\circ$ nên $\widehat{AOB} = 60^\circ$ (góc ở tâm)

$\Rightarrow \triangle AOB$ đều, nên $AB = OA = OB = R$.

Vì $sđ\widehat{BC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 90^\circ$ (góc ở tâm)

$$\Rightarrow BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = R\sqrt{2}.$$

Kẻ $OH \perp CD$.



Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân $\Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{ADC} = 75^0$.

Lại có $\triangle BOC$ vuông cân tại $O \Rightarrow \widehat{BCO} = 45^0$.

$$\Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{BCD} - \widehat{BCO} = 75^0 - 45^0 = 30^0.$$

Xét $\triangle OCH$ vuông tại H ta có:

$$HC = OC \cdot \cos \widehat{OCH} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Mà H là trung điểm của CD (định lý đường kính vuông góc với dây cung thì đi qua trung điểm của dây ấy).

$$\Rightarrow CD = 2.CH = \sqrt{3}.$$