

## GIẢI BÀI 14 TRANG 101 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC LỚP 12

### Đề bài

Trong không gian cho ba điểm A , B , C .

- a) Xác định điểm G sao cho
- b) Tìm tập hợp các điểm M sao cho  $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = k^2$  , với k là hằng số.

### Hướng dẫn giải

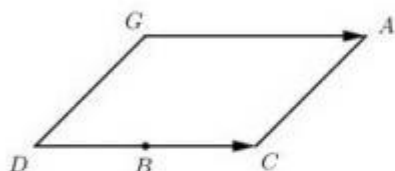
- a) Biến đổi đẳng thức vector trong câu a) theo những điểm cố định và suy ra vị trí của điểm G.
- b) Sử dụng công thức ba điểm, chèn điểm G vào tất cả các vector  $\vec{MA}; \vec{MB}; \vec{MC}$  biến đổi và kết luận.

a) Ta có

$$\begin{aligned} \vec{GA} + 2\vec{GB} - 2\vec{GC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{GA} + 2(\vec{GB} - \vec{GC}) &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{GA} + 2\vec{CB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{GA} &= 2\vec{BC} \end{aligned}$$

Gọi  $D$  là điểm mà  $\vec{DC} = 2\vec{BC}$  tức là điểm  $B$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow \vec{GA} = \vec{DC}$

Vậy  $G$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACDG$ .



b) Gọi  $G$  là điểm trong câu a):  $\vec{GA} + 2\vec{GB} - 2\vec{GC} = \vec{0}$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 &= \vec{MA}^2 = (\vec{MG} + \vec{GA})^2 \\ &= MG^2 + GA^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GA}; \end{aligned}$$

$$MB^2 = \vec{MB}^2 = (\vec{MG} + \vec{GB})^2$$

$$= MG^2 + GB^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GB};$$

$$MC^2 = \vec{MC}^2 = (\vec{MG} + \vec{GC})^2$$

$$= MG^2 + GC^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GC}.$$

$$\text{Từ đó } MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = k^2$$

$$\Leftrightarrow MG^2 + GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2$$

$$+ 2\vec{MG}(\vec{GA} + 2\vec{GB} - 2\vec{GC}) = k^2$$

$$\Leftrightarrow MG^2 = k^2 - (GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2)$$

$$(\forall \vec{GA} + 2\vec{GB} - 2\vec{GC} = \vec{0}).$$

Do vậy:

Nếu  $k^2 - (GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2) = r^2 > 0$  thì tập hợp các điểm  $M$  là mặt cầu tâm  $G$  bán kính  $r$ .

Nếu  $k^2 - (GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2) = r^2 = 0$  thì tập hợp  $M$  chính là điểm  $G$ .

Nếu  $k^2 - (GA^2 + 2GB^2 - 2GC^2) = r^2 < 0$  thì tập hợp các điểm  $M$  chính là tập rỗng.