

ĐÁP ÁN BÀI 12 TRANG 101 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC 12

Đề bài

Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$ và $D(-1; 1; 2)$

- Viết phương trình mặt phẳng (BCD) . Suy ra $ABCD$ là một tứ diện.
- Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) .
- Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và mặt phẳng (BCD) .

Hướng dẫn giải

a) Mặt phẳng (BCD) đi qua B và nhận $\vec{n} = [\vec{BC}; \vec{BD}]$ là 1 VTPT.

- Chứng minh điểm A không thuộc mặt phẳng (BCD) , từ đó suy ra $ABCD$ là tứ diện.

b) Mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mp (BCD) có bán kính bằng khoảng cách từ A đến mp (BCD) . Sử dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

c) H là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (BCD) .

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng BCD .

- Tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (BCD) . Khi đó giao điểm trên chính là điểm H cần tìm.

ĐÁP ÁN BÀI 12 TRANG 101 SGK HÌNH HỌC LỚP 12

a) Ta có: $\overrightarrow{BC} = (-3; 0; 1)$, $\overrightarrow{BD} = (-4; -1; 2)$

Gọi \vec{n} là vector pháp tuyến của mp (BCD) thì:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (1; 2; 3)$$

Mặt phẳng (BCD) đi qua B và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 3)$ có phương trình:

$$1(x - 3) + 2(y - 2) + 3(z - 0) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2y + 3z - 7 = 0$$

Thay tọa độ điểm A vào phương trình của mp (BCD) , ta có:

$$3 + 2(-2) + 3(-2) - 7 = -14 \neq 0$$

Vậy $A \notin (BCD) \Rightarrow$ bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Vậy ABCD là một tứ diện.

b) Mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mp (BCD) có bán kính bằng khoảng cách từ A đến mp (BCD) :

$$r = d(A, (BCD)) = \frac{|-14|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \sqrt{14}$$

Phương trình mặt cầu cần tìm: $(S) : (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 2)^2 = 14$

c) Phương trình đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với mp (BCD) là:
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

Gọi $H = d \cap (BCD) \Rightarrow H(3 + t; -2 + 2t; -2 + 3t)$

Thay tọa độ điểm H vào phương trình của (BCD) , ta có:

$$(3 + t) + 2(-2 + 2t) + 3(-2 + 3t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(4; 0; 1)$$