

# Giải toán lớp 11: Đáp án bài 1 trang 121 SGK đại số và giải tích

Cách giải 1 trang 121 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 4 Giới Hạn - Bài 1. Giới hạn của dãy số

## 1. Đề bài

Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian  $T = 24\,000$  năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khỏe của con người ( $T$  được gọi là chu kỳ bán rã).

Gọi  $(u_n)$  là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kỳ thứ  $n$ .

a) Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số  $(u_n)$ .

b) Chứng minh rằng  $(u_n)$  có giới hạn là 0.

c) Từ kết quả câu b), chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng chất phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người, cho biết chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn  $10^{-6}$  g.

## 2. Đáp án - hướng dẫn

a) Ta có:  $u_1 = \frac{1}{2}$ ;  $u_2 = \frac{1}{4}$ ;  $u_3 = \frac{1}{8}$ ; ...

Từ đó ta dự đoán công thức  $u_n = \frac{1}{2^n} \forall n \geq 1$ .

Điều này chứng minh đơn giản bằng quy nạp.

Hiển nhiên công thức trên đúng với  $n = 1$ .

Giả sử công thức đúng với mọi  $k \geq 1$ , tức là có  $u_k = \frac{1}{2^k}$ , ta chứng minh công thức đó đúng với mọi  $n = k + 1$ , tức là cần chứng minh:  $u_{k+1} = \frac{1}{2^{k+1}}$ .

Ta có  $u_{k+1} = \frac{u_k}{2} = \frac{1}{2^k} : 2 = \frac{1}{2^k} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{k+1}}$ .

Vậy  $u_n = \frac{1}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

b)  $\lim u_n = \lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ .

c) Đối  $10^{-6} \text{ g} = \frac{1}{10^6} \cdot \frac{1}{10^3} \text{ kg} = \frac{1}{10^9} \text{ kg}$ .

Để chất phóng xạ sẽ không còn độc hại, ta cần tìm  $n$  để  $u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{10^9} \Leftrightarrow 2^n > 10^9 \Leftrightarrow n \geq 30$ .

Nói cách khác, sau chu kỳ thứ 30 (nghĩa là sau  $30 \cdot 24\,000 = 720\,000$  (năm)), chúng ta không còn lo lắng về sự độc hại của khối lượng chất phóng xạ còn lại.

# Giải toán lớp 11: Đáp án bài 1 trang 121 SGK đại số và giải tích