

## ĐÁP ÁN BÀI 8 TRANG 100 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC 12

### Đề bài

Trong không gian  $Oxyz$  cho các điểm  $A(1;0;-1)$ ,  $B(3;4;-2)$ ,  $C(4;-1;1)$ ,  $D(3;0;3)$ .

- Chứng minh rằng  $A, B, C, D$  không đồng phẳng.
- Viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  và tính khoảng cách từ  $D$  đến  $(ABC)$ .
- Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .
- Tính thể tích tứ diện  $ABCD$ .

### Hướng dẫn giải

a) Viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  và chứng minh  $D \notin (ABC)$ .

b) Sử dụng công thức tính khoảng cách từ 1 điểm đến một mặt phẳng.

Khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P): Ax + By + Cz + D = 0$  ( $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ )

là:  $d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

c) Gọi phương trình tổng quát của mặt cầu là  $x^2 + y^2 + z^2 + 2Ax + 2By + 2Cz + D = 0$ .

Thay tọa độ các điểm  $A, B, C, D$  vào phương trình mặt cầu trên, suy ra được hệ 4 phương trình 4 ẩn  $A, B, C, D$ . Giải hệ phương trình sau đó suy ra phương trình mặt cầu.

d)  $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| \left[ \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right|$

a) Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -1)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (3; -1; 2)$

Ta có:  $\left[ \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] = (7; -7; -14) = 7(1; -1; -2)$

Gọi  $\vec{n}$  là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC) \Rightarrow \vec{n} = (1; -1; -2)$

Khi đó phương trình mp  $(ABC)$ :  $(x - 1) - (y - 0) - 2(z + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow x - y - 2z - 3 = 0.$$

Thay tọa độ điểm D vào phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  ta có  $3 - 0 - 2 \cdot 3 - 3 = -6 \neq 0 \Rightarrow D \notin (ABC)$ .

Vậy  $A, B, C, D$  không đồng phẳng.

$$b) d(D, (ABC)) = \frac{|1 \cdot 3 - 0 - 2 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

c) Phương trình tổng quát của mặt cầu:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2Ax + 2By + 2Cz + D = 0$$

Mặt cầu đi qua  $A(1; 0; -1)$  ta có:

$$1^2 + 0^2 + (-1)^2 + 2A - 2C + D = 0$$

$$\Leftrightarrow 2A - 2C + D + 2 = 0(1)$$

Tương tự, mặt cầu đi qua  $B, C, D$  cho ta các phương trình:

$$6A + 8B - 4C + D + 29 = 0 \quad (2)$$

$$8A - 2B + 2C + D + 18 = 0 \quad (3)$$

$$6A + 6C + D + 18 = 0 \quad (4)$$

Hệ bốn phương trình (1), (2), (3), (4) cho ta:  $A = -3; B = -2; C = \frac{-1}{2}; D = 3$ .

Vậy phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm  $A, B, C, D$  là:  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - z + 3 = 0$

d) Ta có:  $\overrightarrow{AD} = (2; 0; 4)$

$$\Rightarrow \left[ \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} = 7 \cdot 2 - 7 \cdot 0 - 14 \cdot 4 = -42$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| \left[ \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{1}{6} \cdot 42 = 7$$