

Giải bài 4 trang 99 sách giáo khoa hình học lớp 12

Đề bài

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(7; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình:

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + 2t. \end{cases}$$

- Chứng minh rằng hai đường thẳng d và AB cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Tìm điểm I trên d sao cho $AI + BI$ nhỏ nhất.

Hướng dẫn giải

- Chứng minh $AB \parallel d$. Suy ra AB và d cùng thuộc một mặt phẳng.
- Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d , khi đó ta có $IA = IA' \Rightarrow IA + IB = IA' + IB \geq A'B$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow I = d \cap A'B$.

ĐÁP ÁN BÀI 4 TRANG 99 SGK HÌNH HỌC LỚP 12

a) Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (6; -4; 4)$

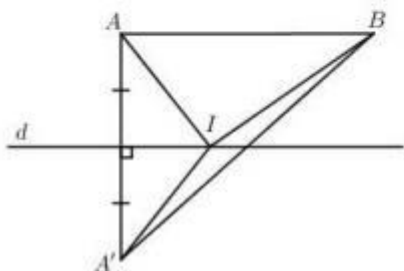
Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; -2; 2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = 2\vec{a}$ và $A \notin (d)$

$\Rightarrow AB$ và (d) song song với nhau.

\Rightarrow Hai đường thẳng (d) và AB cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua phép đối xứng qua đường thẳng d thì điểm I cần tìm là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và đường thẳng d .



Trong câu a) ta chứng minh được $AB // d$, từ đó suy ra I chính là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Gọi M là trung điểm của AB thì $M(4; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB

$$3(x - 4) - 2(y - 0) + 2(z - 1) = 0 \Rightarrow 3x - 2y + 2z - 14 = 0$$

$$\text{Phương trình tham số của } (d): \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

Giá trị tham số ứng với giao điểm I của (d) và mặt phẳng trung trực của AB là nghiệm của phương trình:

$$3(-1 + 3t) - 2(2 - 2t) + 2(2 + 2t) - 14 = 0 \Rightarrow t = 1$$

Từ đây ta được $I(2; 0; 4)$