

## ĐÁP ÁN BÀI 3 TRANG 99 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC 12

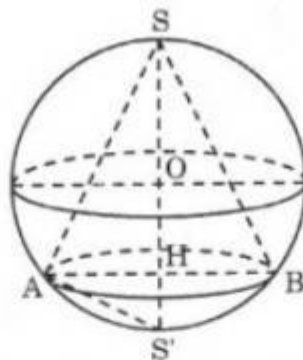
### Đề bài

Cho mặt cầu ( S ) tâm O bán kính r . Hình nón có đường tròn đáy ( C ) và đỉnh I đều thuộc ( S ) được gọi là hình nón nội tiếp mặt cầu ( S ) . Gọi h là chiều cao của hình nón đó.

- Tính thể tích của hình nón theo r và h .
- Xác định h để thể tích của hình nón là lớn nhất.

### Hướng dẫn giải

- Thể tích hình nón  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ , trong đó R; h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối nón.  
Gọi chiều cao của khối nón bằng h, sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông tính bán kính đáy của hình nón theo h và r.
- Tìm giá trị lớn nhất của thể tích hình nón vừa tìm được ở ý a), sử dụng BĐT Cauchy:  $abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$ , dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$ .



a) Cắt hình vẽ bằng một mặt phẳng qua trục hình nón, ta có hình vẽ trên, trong đó  $AH$  là bán kính đáy hình nón,  $SH$  là chiều cao hình nón  $SH = h$ ,  $SS'$  là đường kính hình cầu  $SS' = 2r$ .

Tam giác  $SAS'$  vuông tại đỉnh  $A$ , và  $AH$  là đường cao nên:

$$AH^2 = SH \cdot S'H \Rightarrow AH^2 = h(2r - h)$$

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot SH \Rightarrow V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi h^2(2r - h)$$

b) Ta có:

$$V_{\text{nón}} \max \Leftrightarrow 2V_{\text{nón}} = \frac{\pi}{3} \cdot h^2(4r - 2h) \text{ lớn nhất.}$$

$$\text{Ta có } h^2(4r - 2h) = h \cdot h \cdot (4r - 2h) \leq \left( \frac{h+h+4r-2h}{3} \right)^3 = \left( \frac{4r}{3} \right)^3$$

Dấu bằng xảy ra thì  $V_{\text{nón}}$  lớn nhất.

$$\text{Khi đó } h = 4r - 2h \Rightarrow h = \frac{4}{3}r$$

$$\text{và } V_{\text{nón}} \max = \frac{\pi}{6} \left( \frac{4r}{3} \right)^3 = \frac{32}{81} \pi r^3$$