

# ĐÁP ÁN BÀI 1 TRANG 91 SGK HÌNH HỌC LỚP 12 PHẦN

## Đề bài

Cho hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;1;0)$ ,  $C(0;0;1)$ ,  $D(-2;1;-1)$ .

- Chứng minh  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh của một tứ diện.
- Tìm góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .
- Tính độ dài đường cao của hình chóp  $A.BCD$ .

## Hướng dẫn giải

a) Chứng minh bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng bằng cách viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  dạng đoạn chắn và chứng minh  $D \notin (ABC)$ .

b) Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $AB, CD$  ta có:  $\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$ .

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$$

c) Độ dài đường cao của hình chóp  $A.BCD$  bằng  $d(A; (BCD))$ .

+) Viết phương trình mặt phẳng  $(BCD)$ .

+) Áp dụng công thức tính khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P): Ax + By + Cz + D = 0$  là:

$$d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

## ĐÁP ÁN BÀI 1 TRANG 91 SGK HÌNH HỌC LỚP 12

a) Viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ : Theo phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có:

$$(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0$$

Thế các tọa độ của  $D$  vào vế phải của phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ , ta có:  
 $-2 + 1 - 1 - 1 = -3 \neq 0$

Vậy  $D \notin (ABC)$  hay bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng, suy ra  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh của 1 tứ diện.

b) Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $AB, CD$  ta có:

$$\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$$

Do đó, ta tính  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$  được tính theo công thức:

$$\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1, 1, 0), \overrightarrow{CD} = (-2, 1, -2)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) = 3$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 45^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\text{c) Ta có } \overrightarrow{BC} = (0; -1; 1), \overrightarrow{BD} = (-2; 0; -1)$$

Gọi  $\vec{n}$  là vectơ pháp tuyến của  $(BCD)$  thì:

$$\vec{n}_{(BCD)} = \left[ \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD} \right] = (1; -2; -2)$$

Phương trình mặt phẳng  $(BCD)$ :

$$1(x - 0) - 2(y - 1) - 2(z - 0) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y - 2z + 2 = 0$$

Chiều cao của hình chóp  $A. BCD$  bằng khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(BCD)$ :

$$h = d(A, (BCD)) = \frac{|1+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} = \frac{3}{3} = 1$$

