

Giải bài 9 trang 28 sgk toán Hình Học lớp 10

Đề bài

Chứng minh rằng nếu G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$ bất kì thì:

$$3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}.$$

Đáp án

Ta có

$$\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'}$$

$$\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'G'}$$

$$\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'G'}$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{GG'} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}) + (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) \quad (1)$$

G là trọng tâm của tam giác ABC nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \quad (2)$$

G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ nên:

$$\overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'} = \vec{0} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}.$