

ĐÁP ÁN BÀI 8 TRANG 91 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC 12

Đề bài

Cho điểm $M(1; 4; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$.

- a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α) ;
- b) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (α) .
- c) Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) .

Hướng dẫn giải

- a) Phương pháp tìm hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (P) .

Bước 1: Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) .

Bước 2: Gọi $H = d \cap (P)$, tìm tọa độ điểm H . H chính là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) .

- b) Điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (P) nhận H làm trung điểm, với H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ điểm M' .

- c) Sử dụng công thức tính khoảng cách từ 1 điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$:
$$d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

a) Xét đường thẳng d qua M và $d \perp (\alpha)$.

Vector $\vec{n}(1; 1; 1)$ là vector pháp tuyến của (α) nên $\vec{n}$ là vector chỉ phương của d .

Phương trình tham số của đường thẳng d có dạng:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Gọi $H = d \cap (P)$, $H \in d \Rightarrow H(1 + t; 4 + t; 2 + t)$, vì $H \in \alpha$ nên ta có:

$$1 + t + 4 + t + 2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow 3t + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-1; 2; 0)$$

b) Gọi $M'(x; y; z)$ là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (α) , thì hình chiếu vuông góc H của M xuống (α) chính là trung điểm của MM' .

Ta có:

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = 2 \cdot (-1) - 1 = -3 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = 2 \cdot 2 - 4 = 0 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 2 \cdot 0 - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow M'(-3; 0; -2)$$

c) Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α)

Cách 1: $d(M, (\alpha)) = \frac{|1+4+2-1|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

Cách 2: Khoảng cách từ M đến (α) chính là khoảng cách MH :

$$d(M, (\alpha)) = MH = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}.$$