

Giải bài 6 trang 107 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11

Đáp án bài 6 trang 107 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 3. Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân.
Các dạng bài ôn tập lại kiến thức

1. Đề bài

Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = 2$, $u_{n+1} = 2u_n - 1$ (với $n \geq 1$)

- Viết năm số hạng đầu của dãy
- Chứng minh: $u_n = 2^{n-1} + 1$ bằng phương pháp quy nạp.

2. Đáp án - hướng dẫn

a) Ta có:

$$u_1 = 2$$

$$u_2 = 2u_1 - 1 = 3$$

$$u_3 = 2u_2 - 1 = 5$$

$$u_4 = 2u_3 - 1 = 9$$

$$u_5 = 2u_4 - 1 = 17$$

b) Với $n = 1$, ta có: $u_1 = 2^{1-1} + 1 = 2$ công thức đúng

Giả sử công thức đúng với mọi $n = k \geq 1$. Nghĩa là: $u_k = 2^{k-1} + 1$

Ta chứng minh công thức cũng đúng với $n = k + 1$, nghĩa là ta phải chứng minh:

$$u^{k+1} = 2^{(k+1)-1} + 1 = 2^k + 1$$

Ta có: $u_{k+1} = 2u_k - 1 = 2(2^{k-1} + 1) - 1 = 2 \cdot 2^{k-1} + 2 - 1 = 2^k + 1$ (đpcm)

Vậy $u_n = 2^{n-1} + 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.