Đề bài

Xét vị trí tương đối của đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau:

a) d: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$;

b) d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 2 - 2t'. \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'. Gọi $\vec{a}; \vec{a'}$ lần lượt là VTCP của d và d', $M_1 \in d,\ M_2 \in d'$.

Điều kiện để hai đường thẳng d và d' song song: $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a'} \\ M \in d,\ M \notin d' \end{cases}$.

Điều kiện để hai đường thẳng d và d' cắt nhau $\left[\vec{a}; \vec{a'}\right].\overrightarrow{M_1M_2} = 0$.

Điều kiện để hai đường thẳng d và d' chéo nhau: $\left[\vec{a}; \vec{a'}\right].\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$.

a) Đường thẳng d đi qua $M_1(-3;-2;6)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(2;3;4)$.

Đường thẳng d' đi qua $M_2(5;-1;20)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1;-4;1)$.

Ta nhận thấy $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$ không cùng phương nên d và d' chỉ có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(19;2;-11)$; $\overrightarrow{M_1M_2}=(8;1;14)$

và $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}=(19.8+2-11.14)=0$

nên d và d' cắt nhau.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} -3+2t=5+t' & (1)\\ -2+3t=-1-4t' & (2)\\ 6+4t=20+t' & (3)\end{cases}$

Từ (1) với (3), trừ vế với vế ta có $2t=6 => t=3$, thay vào (1) có $t'=-2$, từ đó d và d' có điểm chung duy nhất $M(3;7;18)$. Do đó d và d' cắt nhau tại M.

b) Ta có : $\overrightarrow{u_1}(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương của d và $\overrightarrow{u_2}(2;2;-2)$ là vectơ chỉ phương của d' .

Ta thấy $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương nên d và d' chỉ có thể song song hoặc trùng nhau.

Lấy điểm $M(1;2;3)\in d$ ta thấy $M\notin d'$ nên d và d' song song.