

ĐÁP ÁN BÀI 5 TRANG 49 SGK HÌNH HỌC LỚP 12

Đề bài

Từ một điểm M nằm bên ngoài mặt cầu $S(O;r)$ ta kẻ hai đường thẳng cắt mặt cầu lần lượt tại A,B và C,D .

a) Chứng minh rằng $MA \cdot MB = MC \cdot MD$.

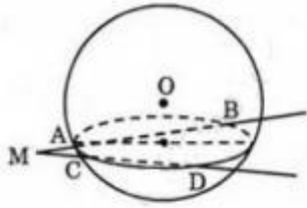
b) Gọi $MO = d$. Tính $MA \cdot MB$ theo r và d .

Hướng dẫn giải

+) Sử dụng các tam giác đồng dạng để chứng minh các tỉ lệ giữa các cạnh. Từ đó suy ra tích cần chứng minh.

+) Sử dụng định lý Pi-ta-go và tỉ lệ vữa chứng minh ở câu a để tính đại lượng cần tính.

ĐÁP ÁN BÀI 5 TRANG 49 SGK HÌNH HỌC LỚP 12



a) Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng đã cho. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; r)$ theo một đường tròn tâm I , là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) .

Xét hai tam giác MAD và MCB có:

+) $\widehat{B} = \widehat{D}$ (Hai góc cùng chắn một cung)

+) \widehat{M} chung

$\Rightarrow \Delta MAD$ đồng dạng với ΔMCB .

$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

$\Rightarrow MA \cdot MB = MC \cdot MD$ (dpcm)

b) Đặt $MO = d$, ta có OI vuông góc với (P) và ta có:

$$OM^2 = MI^2 = OI^2; OA^2 = OI^2 + IA^2$$

Hạ IH vuông góc AB , ta có H là trung điểm của AB .

Ta có $MA = MH - HA$; $MB = MH + HB = MH + HA$.

$$MA \cdot MB = MH^2 - HA^2$$

$$= (MH^2 + HI^2) - (HA^2 + IH^2)$$

$$= MI^2 - IA^2$$

$$= (MI^2 + OI^2) - (IA^2 + OI^2)$$

$$= OM^2 - OA^2$$

$$= d^2 - r^2$$

Vậy $MA \cdot MB = d^2 - r^2$.