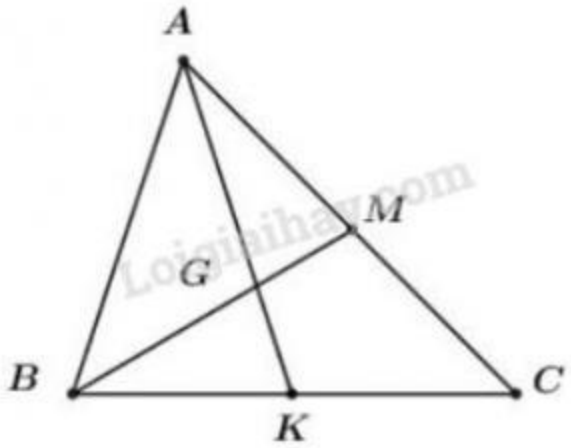
Giải bài 2 trang 17 sgk toán Đại Số lớp 10

Đề bài:

Cho AK và BM là hai trung tuyến của tam giác ABC. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ theo hai vectơ sau $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{v} = \overrightarrow{BM}.$

Đáp án:



Gọi G là giao điểm của AK và BM thù G là trọng tâm của tam giác ABC

Áp dụng tính chất đường trung tuyến của tam giác ta có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AK} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{u}$$

$$\overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{BG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{v}$$

Theo quy tắc ba điểm với tổng vectơ ta có:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{u} - \frac{2}{3}\overrightarrow{v} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})$$

AK là trung tuyến thuộc cạnh BC nên

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AK} \Rightarrow \frac{2}{3}\overrightarrow{u} - \frac{2}{3}\overrightarrow{v} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{u}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{u} + \frac{2}{3}\overrightarrow{v} \Rightarrow \overrightarrow{CA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{u} - \frac{2}{3}\overrightarrow{v}$$

BM là trung tuyến thuộc AC nên:

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$$
$$\Rightarrow -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\vec{v}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = 2\vec{v} + \frac{2}{3}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v}$$
$$= \frac{2}{3}\vec{u} + \frac{4}{3}\vec{v}.$$