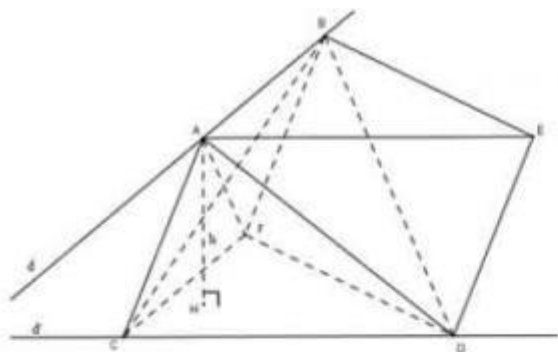


GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 6 TRANG 26 SGK HÌNH HỌC

Đề bài

Cho hai đường thẳng chéo nhau d và d' . Đoạn thẳng AB có độ dài a trượt trên d , đoạn thẳng CD có độ dài b trượt trên d' . Chứng minh rằng khối tứ diện $ABCD$ có thể tích không đổi.

Đáp án bài 6 trang 26 sgk hình học lớp 12



Gọi h là độ dài đường vuông góc chung của d và d' , α là góc giữa hai đường thẳng d và d' . Qua B, A, C dựng hình bình hành $BACF$. Qua A, C, D dựng hình bình hành $ACDE$.

Khi đó CFD, ABE là một hình lăng trụ tam giác. Ta có:

$$\begin{aligned}V_{D.ABE} + V_{D.BACF} &= V_{CFD.ABE} \\V_{D.ABE} &= \frac{1}{3}V_{CFD.ABE} \Rightarrow V_{D.BACF} = \frac{2}{3}V_{CFD.ABE} \\V_{D.ABC} &= \frac{1}{2}V_{D.BACF} \Rightarrow V_{D.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V_{CFD.ABE} = \frac{1}{3}V_{CFD.ABE}\end{aligned}$$

Kẻ $AH \perp (CDF)$ ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot V_{CFD.ABE} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{CDF}$

Ta có:

$$\begin{aligned}AB // CF &\Rightarrow AB // (CDF) \supset CD \\ \Rightarrow d(d; d') &= d(AB; CD) = d(AB; (CDF)) \\ &= d(A; (CDF)) = AH = h\end{aligned}$$

$$AB // CF \Rightarrow (\widehat{d; d'}) = (\widehat{AB; CD}) = (\widehat{CF; CD}) = \widehat{DCF} = \alpha$$

$$\Rightarrow S_{CDF} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot CF \cdot \sin \widehat{DCF} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{1}{6} \cdot h \cdot ab \cdot \sin \alpha = \text{const. (đpcm)}$$