

ĐÁP ÁN BÀI 5 TRANG 26 SGK HÌNH HỌC LỚP 12

Đề bài

Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB=a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho $CD=a$. Mặt phẳng qua C vuông góc với BD , cắt BD tại F và cắt AD tại E . Tính thể tích khối tứ diện $CDEF$ theo a .

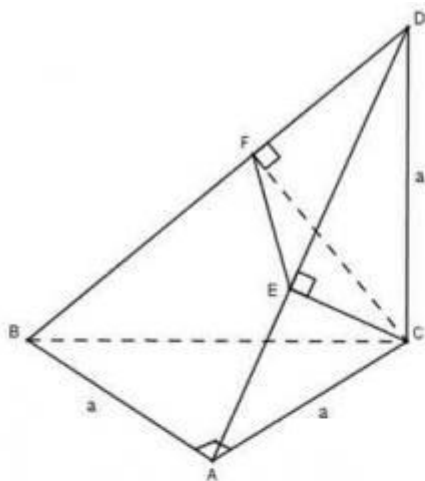
Hướng dẫn giải

+) Dựng các điểm F và E .

+) Chứng minh tam giác CEF vuông tại $E \Rightarrow S_{CEF} = \frac{1}{2}EF \cdot EC$

+) $V_{CDEF} = \frac{1}{3}DF \cdot S_{CEF} = \frac{1}{3}DF \cdot \frac{1}{2}EF \cdot EC = \frac{1}{6}DF \cdot EF \cdot EC$

+) Sử dụng định lý Pitago và các hệ thức lượng trong tam giác vuông tính CE , EF và DF .



$$\left. \begin{array}{l} BA \perp CD \\ BA \perp CA \end{array} \right\} \Rightarrow BA \perp (ADC) \Rightarrow BA \perp CE$$

Mặt khác $BD \perp (CEF) \Rightarrow BD \perp CE$.

Từ đó suy ra

$$CE \perp (ABD) \Rightarrow CE \perp EF, CE \perp AD.$$

Vì tam giác ACD vuông cân, $AC = CD = a$ nên $CE = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $BC = a\sqrt{2}$, $BD = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông BCD ta có: $CF \cdot BD = DC \cdot BC$ nên

$$CF = \frac{a^2\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Từ đó suy ra

$$EF = \sqrt{CF^2 - CE^2} = \sqrt{\frac{2}{3}a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}a.$$

$$DF = \sqrt{DC^2 - CF^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

$$\text{Từ đó suy ra } S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}FE \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Vậy } V_{D.CEF} = \frac{1}{3}S_{\triangle CEF} \cdot DF = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{36}.$$