

Giải bài 9 trang 12 sgk toán Đại Số lớp 10

Đề bài:

Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng **AD** và **BC** trùng nhau

Đáp án:

Ta chứng minh hai mệnh đề

a) Cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì **AD** và **BC** có trung điểm trùng nhau. Gọi **I** là trung điểm của **AD** ta chứng minh **I** cũng là trung điểm của **BC**

Theo quy tắc 3 điểm của tổng ta có:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID}$$

$$\text{Vi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \text{ nên } \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{CI} - \overrightarrow{IB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{BI} \quad (1)$$

$$\text{Vi } I \text{ là trung điểm của } AD \text{ nên } \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI} = \vec{0} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0} \quad (3)$$

Đẳng thức 3 chứng tỏ **I** là trung điểm của **BC**

b) AD và BC có chung trung điểm I , ta chứng minh $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

$$I \text{ là trung điểm của } AD \Rightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DI} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{ID} = \vec{0}$$

$$I \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{CI} - \overrightarrow{IB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \text{ (đpcm)}$$