

GIẢI BÀI 6 TRANG 26 SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC LỚP 12

Đề bài

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh AB bằng a . Các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của SA với mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA .

- Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.DBC$ và $S.ABC$.
- Tính thể tích của khối chóp $S.DBC$.

Hướng dẫn giải

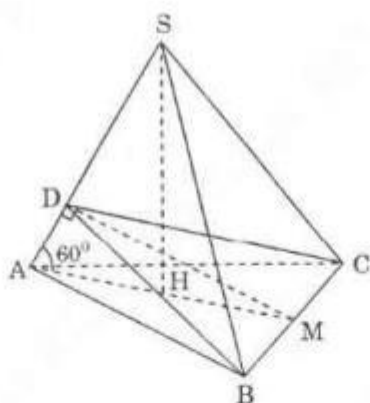
Hình chóp có các cạnh bên tạo với đáy góc bằng nhau thì chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

Qua B kẻ $BD \perp SA$, $CD \perp SA$, chứng minh mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA là (BCD) .

a) Sử dụng công thức tỉ số thể tích:
$$\frac{V_{S.DBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{SD}{SA}$$

- Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ sau đó tính thể tích khối chóp $S.DBC$.

a)



Vì hình chóp $S.ABC$ là hình chóp đều nên chân đường cao H là tâm của đường tròn ngoại tiếp đáy, theo giả thiết, ta có: góc $SAH = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC thì AM là đường cao của tam giác đều ABC :

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \frac{2}{3} \cdot AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} = SB$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SBM \text{ ta có: } SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$$

Qua B kẻ $BD \perp SA$, khi đó ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SA$$

$$\begin{cases} SA \perp BC \\ SA \perp BD \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BCD)$$

Khi đó mặt phẳng (BCD) đi qua BC và vuông góc với SA .

$$SA \perp (BCD) \Rightarrow SA \perp DM$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ADM \text{ có: } DM = AM \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SDM \text{ có: } SD = \sqrt{SM^2 - DM^2} = \frac{5\sqrt{3}}{12} a$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích trong bài tập 4, 3 (trang 37 SGK) ta được:

$$\frac{V_{S.DBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{5a\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\text{b) Ta có: } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; \quad SH = AH \cdot \tan 60^\circ = a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Từ kết quả câu a) ta có:

$$V_{S.DBC} = \frac{5}{8} \cdot V_{S.ABC} \Rightarrow V_{S.DBC} = \frac{5}{8} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

$$\Rightarrow V_{S.DBC} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$$