GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 8 TRANG 147 SGK GIẢI TÍCH

Đề bài

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ trên đoạn $\left[-2;\ \frac{5}{2}\right]$

b) $f(x) = x^2 lnx$ trên đoạn $[1;\ e]$.

c) $f(x) = xe^{-x}$ trên nửa khoảng $[0;\ +\infty)$.

d) $f(x) = 2sinx + sin2x$ trên đoạn $\left[0;\ \frac{3\pi}{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

+) Tìm các điểm $x_1;\ x_2;\ x_3;\ldots\ldots;\ x_n$ thuộc đoạn $[a;\ b]$ mà tại đó hàm số có đạo hàm $f'(x) = 0$ hoặc không có đạo hàm.

+) Tính $f(x_1);\ f(x_2);\ f(x_3);\ldots\ldots\ldots;\ f(x_n)$ và $f(a);\ f(b)$.

+) So sánh các giá trị tìm được ở trên. Giá trị lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a;\ b]$ và giá trị nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a;\ b]$.

$\max\limits_{x \in [a;\ b]} f(x) = \max\{f(x_1);\ f(x_2);\ldots\ldots\ldots;\ f(x_m);\ f(a);\ f(b)\}$.

$\min\limits_{x \in [a;\ b]} f(x) = \min\{f(x_1);\ f(x_2);\ldots\ldots\ldots;\ f(x_m);\ f(a);\ f(b)\}$.

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$

So sánh các giá trị:

$f(-2) = -3$; $f(-1) = 8$;

$f(2) = -19$; $f(\frac{5}{2}) = \frac{-33}{2}$

Suy ra:

$$\max_{x\in\left[-2,\frac{5}{2}\right]} f(x) = f(-1) = 8$$

$$\min_{x\in\left[-2,\frac{5}{2}\right]} f(x) = f(2) = -19$$

b) $f(x) = x^2 lnx \Rightarrow f'(x) = 2xlnx + x > 0, \forall x \in [1, e]$ nên $f(x)$ đồng biến.

Do đó:

$$\max_{x\in[1,e]} f(x) = f(e) = e^2$$

$$\min_{x\in[1,e]} f(x) = f(1) = 0$$

c) $f(x) = xe^{-x} \Rightarrow f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = (1-x)e^{-x}$ nên:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, f'(x) > 0, \forall x \in (0, 1)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (1, +\infty)$

nên: $\max_{x\in[0,+\infty)} f(x) = f(1) = \frac{1}{e}$.

Ngoài ra $f(x) = xe^{-x} > 0, \forall x \in (0, +\infty)$ và $f(0) = 0$ suy ra

$$\min_{x\in[0,+\infty)} f(x) = f(0) = 0$$

d) $f(x) = 2sinx + sin2x \Rightarrow f'(x) = 2cosx + 2cos2x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow cos2x = -cosx \Leftrightarrow 2x = \pm(\pi - x) + k2\pi$

$\Leftrightarrow x \in \left\{-\pi + k2\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}\right\}$

Trong khoảng $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$, phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có hai nghiệm là $x_1 = \frac{\pi}{3}; x_2 = \pi$

So sánh bốn giá trị : $f(0) = 0$; $f(\frac{\pi}{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$; $f(\pi) = 0$; $f(\frac{3\pi}{2}) = -2$

Suy ra:

$$\max_{x\in\left[0,\frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = f(\frac{\pi}{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\min_{x\in\left[0,\frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = f(\frac{3\pi}{2}) = -2$$