## ĐÁP ÁN BÀI 5 TRANG 146 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH 12

**Đề bài**

Cho hàm số: $y = x^4 + ax^2 + b$ .

Tính a , b để hàm số có cực trị bằng 3/2 khi x = 1.

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( C ) của hàm số đã cho khi a = − 1/2 , b = 1.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của ( C ) tại các điểm có tung độ bằng 1.

**Hướng dẫn giải**

a) Hàm số y = f ( x ) đạt cực trị tại điểm x = x 0 ⇔ x 0 là nghiệm của của phương trình y ′ = 0.

+) Điểm cực trị thuộc đồ thị hàm số nên tọa độ của điểm đó thỏa mãn công thức hàm số.

+) Từ hai điều trên ta có hệ phương trình hai ẩn a , b . Giải hệ phương trình ta tìm được a , b .

b) Với các giá trị cho trước của a và b ta thay vào hàm số và khảo sát, vẽ đồ thị hàm số theo các bước đã học.

c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f ( x ) tại điểm x = xo có công thức: y = y ′ ( xo) ( x − xo ) + yo .

**ĐÁP ÁN BÀI 5 TRANG 146 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12**

Ta có: $y' = 4x^3 + 2ax$.

a) Nếu hàm số có cực trị bằng $\frac{3}{2}$ khi $x = 1$ thì: ta có đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $\left(1;\ \frac{3}{2}\right)$ và có $y'(1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 2a = 0 \\ 1 + a + b = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}$$

b) Khi $a = \frac{-1}{2}, b = 1$ ta có hàm số: $y = x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$

_ Tập xác định: $(-\infty; +\infty)$.

_ Sự biến thiên: $y' = 4x^3 - x = x\left(4x^2 - 1\right)$.

$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x\left(4x^2 - 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 4x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\frac{1}{2} \end{array}\right. .$$

Trên các khoảng $(\frac{-1}{2}; 0)$ và $(\frac{1}{2}\ +\infty)$ có $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Trên các khoảng $(-\infty; \frac{-1}{2})$ và $(0; \frac{1}{2})$ có $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

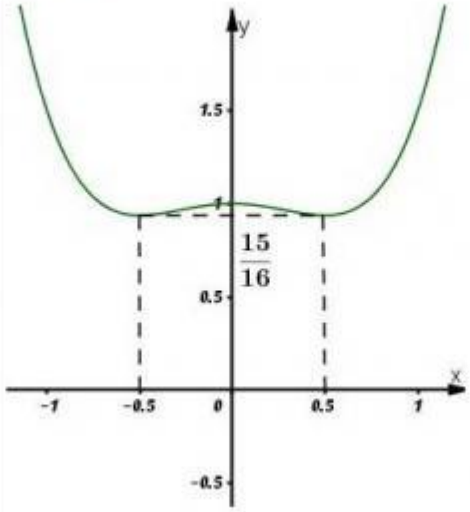
_ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CD} = 1$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\frac{1}{2}$; $y_{CT} = \frac{15}{16}$.

Bảng biến thiên:

| x | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | − | 0 | + | 0 | − | 0 | + | |
| y | $+\infty$ | ↘ | $\frac{15}{16}$ | ↗ | 1 | ↘ | $\frac{15}{16}$ | ↗ | $+\infty$ |

Đồ thị hàm số:




Đồ thị cắt trục tung tại điểm $y = 1$, không cắt trục hoành.

c) Với $y = 1$ ta có phương trình:

$$x^4 - \frac{1}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{0, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$$

Trên đồ thị có 3 điểm với tung độ bằng 1 là:

$$M_1\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}; 1\right); M_2(0; 1); M_3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 1\right)$$

Ta có $y'(0) = 0$ nên tiếp tuyến với đồ thị tại điểm $M_2$ có phương trình là $y = 1$.

Lại có:

$$y'\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}; y'\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}.$$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_1\left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\ 1\right)$ là: $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{2}$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\ 1\right)$ là: $y = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 1 = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{2}$.