

Giải toán lớp 11: Đáp án bài 4 trang 92 SGK đại số và giải tích

Cách giải 4 trang 92 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 3. Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân. Bài 2. Dãy Số

1. Đề bài

Xét tính tăng, giảm của các dãy số u_n biết

$$\text{a) } u_n = \frac{1}{n} - 2 ;$$

$$\text{b) } u_n = \frac{n-1}{n+1} ;$$

$$\text{c) } u_n = (-1)^n (2^n + 1)$$

$$\text{d) } u_n = \frac{2n+1}{5n+2} .$$

2. Đáp án - hướng dẫn

Giải toán lớp 11: Đáp án bài 4 trang 92 SGK đại số và giải tích

a) Xét hiệu

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - 2 - \left(\frac{1}{n} - 2 \right) = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$\text{Vì } n+1 > n \Rightarrow \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} < 0$$

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số đã cho là dãy số giảm.

$$\begin{aligned} \text{b) Xét hiệu } u_{n+1} - u_n &= \frac{n+1-1}{n+1+1} - \frac{n-1}{n+1} = \frac{n}{n+2} - \frac{n-1}{n+1} \\ &= \frac{n^2+n-n^2-n+2}{(n+1)(n+2)} = \frac{2}{(n+1)(n+2)} > 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} > u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Vậy dãy số đã cho là dãy số tăng.

c) Các số hạng ban đầu có thừa số $(-1)^n$ (dãy đan dấu) là dãy số không tăng và cũng không giảm.

Vì:

$$+) (-1)^n > 0 \text{ nếu } n \text{ chẵn, do đó } u_n > 0$$

$$+) (-1)^n < 0 \text{ nếu } n \text{ lẻ, do đó } u_n < 0$$

d) Xét thương $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ (vì $u_n > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$) rồi so sánh với 1.

$$\text{Ta có } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2n+3}{5n+7} \cdot \frac{5n+2}{2n+1} = \frac{10n^2+19n+6}{10n^2+19n+7} < 1 \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*$$

$$(\text{Vì } 10n^2 + 19n + 6 < 10n^2 + 19n + 7)$$

Vậy dãy số đã cho là dãy số giảm dần.