

Hướng dẫn giải bài 3 trang 92 SGK đại số và giải tích lớp 11

Đáp án bài 3 trang 92 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 3. Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân. Bài 2. Dãy Số

1. Đề bài

Dãy số u_n cho bởi: $u_1 = 3; u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}, n \geq 1$.

- Viết năm số hạng đầu của dãy số.
- Dự đoán công thức số hạng tổng quát và chứng minh công thức đó bằng phương pháp quy nạp

2. Đáp án - hướng dẫn

a) Năm số hạng đầu của dãy số là $u_1 = 3; u_2 = \sqrt{10}; u_3 = \sqrt{11}; u_4 = \sqrt{12}; u_5 = \sqrt{13}$.

b) Ta có: $u_1 = 3 = \sqrt{9} = \sqrt{1+8}$

$$u_2 = \sqrt{10} = \sqrt{2+8}$$

$$u_3 = \sqrt{11} = \sqrt{3+8}$$

$$u_4 = \sqrt{12} = \sqrt{4+8}$$

.....

Từ trên ta dự đoán $u_n = \sqrt{n+8}$, với $n \in \mathbb{N}^*$ (1)

Chứng minh công thức (1) bằng phương pháp quy nạp:

- Với $n = 1$, rõ ràng công thức (1) là đúng.

- Giả sử (1) đúng với $n = k \geq 1$, tức là có $u_k = \sqrt{k+8}$ với $k \geq 1$, ta cần chứng minh $u_{k+1} = \sqrt{(k+1)+8}$

Theo công thức dãy số, ta có:

$$u_{k+1} = \sqrt{1 + u_k^2} = \sqrt{1 + (\sqrt{k+8})^2} = \sqrt{(k+1)+8}.$$

Như vậy công thức (1) đúng với $n = k + 1$.