

GIẢI BÀI 3 TRANG 146 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

Đề bài

Cho hàm số : $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$.

- Tìm a và b để đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $A(1, 2)$ và $B(-2, -1)$
- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số ứng với các giá trị tìm được của a và b .
- Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ và đồ thị (C) quanh trục hoành.

Hướng dẫn giải

a) Thay tọa độ của hai điểm A và B vào công thức hàm số rồi giải hệ phương trình gồm 2 ẩn a, b để tìm a, b .

b) Thay các giá trị của a, b vừa tìm được vào công thức hàm số sau đó khảo sát và vẽ đồ thị hàm số theo các bước đã được học.

c) Cho hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$; $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ ($a < b$). Khi quay hình phẳng trên quanh trục Ox ta được

khối tròn xoay có thể tích được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; -1)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2 = 1 + a + b + 1 \\ -1 = -8 + 4a - 2b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

b) Khi $a = 1, b = -1$ ta có hàm số: $y = x^3 + x^2 - x + 1$.

_ Tập xác định: $(-\infty; +\infty)$.

_ Sự biến thiên: $y' = 3x^2 + 2x - 1$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -1 \end{cases}$$

Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(\frac{1}{3}; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến

Trên khoảng $(-1; \frac{1}{3})$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến

_ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1; y_{CD} = 2$.

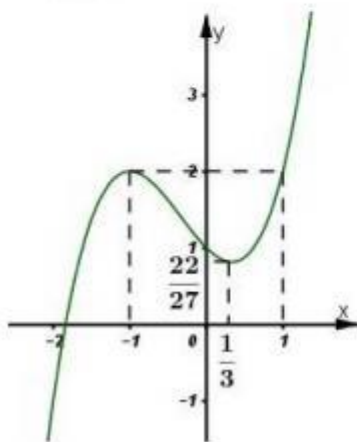
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{3}, y_{CT} = \frac{22}{27}$

_ Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		$\frac{22}{27}$		$+\infty$

Đồ thị hàm số:



Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x \approx -1,84$.

c) Trong khoảng $(0; 1)$ ta có $y > 0$.

Vi vậy, thể tích cần tìm là:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (x^3 + x^2 - x + 1)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^5 - x^4 + 3x^2 - 2x + 1) dx \\ &= \pi \left(\frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{3} - \frac{x^5}{5} + x^3 - x^2 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{134\pi}{105}. \end{aligned}$$