

Đề bài

Tính các tích phân sau bằng phương pháp tích phân từng phần

a) $\int_1^{e^4} \sqrt{x} \ln x dx$

b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x}$

c) $\int_0^\pi (\pi - x) \sin x dx$

d) $\int_{-1}^0 (2x + 3)e^{-x} dx$

Hướng dẫn giải

+) Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản để tính tích phân.

+) Sử dụng phương pháp đưa vào vi phân.

+) Sử dụng công thức tích phân từng phần: $\int_a^b u(x) dv(x) = u(x) \cdot v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du(x)$

Đáp án bài 11 trang 147 sgk giải tích lớp 12

a) Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \sqrt{x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_1^{e^4} \sqrt{x} \ln x dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \ln x \Big|_1^{e^4} - \int_1^{e^4} \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{8}{3} e^6 - \int_1^{e^4} \frac{2}{3} x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{8}{3} e^6 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^{e^4}$$

$$= \frac{8}{3} e^6 - \frac{4}{9} e^6 + \frac{4}{9} = \frac{20}{9} e^6 + \frac{4}{9}$$

b) Ta có:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x} = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} x d(-\cot x) = -x \cot x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cot x dx$$

$$= \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{d \sin x}{\sin x} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \ln |\sin x| \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \ln 2$$

c) Ta có:

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} (\pi - x) \sin x dx &= \int_0^{\pi} (\pi - x) d(-\cos x) \\ &= -(\pi - x) \cos x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x d(\pi - x) = \pi - \sin x \Big|_0^{\pi} = \pi\end{aligned}$$

d) Ta có:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^0 (2x + 3)e^{-x} dx &= \int_{-1}^0 (2x + 3) d(-e^{-x}) \\ &= (2x + 3)e^{-x} \Big|_0^{-1} + \int_{-1}^0 e^{-x} \cdot 2 dx = e - 3 + 2e^{-x} \Big|_0^{-1} = 3e - 5\end{aligned}$$