

## Giải toán lớp 11: Đáp án bài 4 trang 82 SGK đại số và giải tích

Đáp án bài 4 trang 82 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 3. Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân. Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học

### 1. Đề bài

Cho tổng  $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Tính  $S_1, S_2, S_3$

b) Dự đoán công thức tính tổng  $S_n$  và chứng minh bằng quy nạp.

### 2. Đáp án - hướng dẫn

## Giải toán lớp 11: Đáp án bài 4 trang 82 SGK đại số và giải tích

a) Ta có:

$$S_1 = \frac{1}{1.2} = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} = \frac{2}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} = \frac{3}{4}$$

b) Từ câu a) ta dự đoán  $S_n = \frac{n}{n+1}$  (1), với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$

Ta sẽ chứng minh đẳng thức (1) bằng phương pháp quy nạp

Khi  $n = 1$ , vế trái là  $S_1 = \frac{1}{2}$  vế phải bằng  $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ . Vậy đẳng thức (1) đúng.

Giả sử đẳng thức (1) đúng với  $n \geq 1$ , tức là

$$S_k = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

Ta phải chứng minh đẳng thức đúng với  $n = k + 1$ , nghĩa là phải chứng minh

$$S_{k+1} = \frac{k+1}{k+2}$$

Ta có :

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= S_k + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \end{aligned}$$

tức là đẳng thức (1) đúng với  $n = k + 1$ .

Vậy đẳng thức (1) đã được chứng minh.