

Giải bài 2 trang 82 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11

Hướng dẫn giải bài 2 trang 82 SGK đại số và giải tích lớp 11. Chương 3. Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân. Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học

1. Đề bài

Chứng minh rằng với $n \in \mathbb{N}^*$ ta luôn có:

a) $n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3;

b) $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9;

c) $n^3 + 11n$ chia hết cho 6.

2. Đáp án - hướng dẫn

Giải bài 2 trang 82 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11

a) Đặt $S_n = n^3 + 3n^2 + 5n$

Với $n = 1$ thì $S_1 = 9$ chia hết cho 3

Giả sử với $n = k \geq 1$, $S_k = (k^3 + 3k^2 + 5k) : 3$

Ta phải chứng minh rằng $S_{k+1} : 3$

Thật vậy :

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= (k+1)^3 + 3(k+1)^2 + 5(k+1) \\ &= k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 3k^2 + 6k + 3 + 5k + 5 \\ &= k^3 + 3k^2 + 5k + 3k^2 + 9k + 9 \end{aligned}$$

$$\text{hay } S_{k+1} = S_k + 3(k^2 + 3k + 3)$$

Theo giả thiết quy nạp thì $S_k : 3$, mặt khác $3(k^2 + 3k + 3) : 3$ nên $S_{k+1} : 3$.

Vậy $n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

b) Đặt $S_n = 4^n + 15n - 1$

Với $n = 1$, $S_1 = 4^1 + 15 \cdot 1 - 1 = 18$ nên $S_1 : 9$

Giả sử với $n = k \geq 1$ thì $S_k = 4^k + 15k - 1$ chia hết cho 9.

Ta phải chứng minh $S_{k+1} : 9$.

Thật vậy, ta có:

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= 4^{k+1} + 15(k+1) - 1 \\ &= 4(4^k + 15k - 1) - 45k + 18 = 4S_k - 9(5k - 2) \end{aligned}$$

Theo giả thiết quy nạp thì $S_k : 9$ nên $4S_k : 9$, mặt khác $9(5k - 2) : 9$, nên $S_{k+1} : 9$

Vậy $(4^n + 15n - 1) : 9$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

c) Đặt $S_n = n^3 + 11n$

Với $n = 1$, ta có $S_1 = 1^3 + 11 \cdot 1 = 12$ nên $S_1 : 6$

Giả sử với $n = k \geq 1$, $S_k = k^3 + 11k$ chia hết cho 6.

Ta phải chứng minh $S_{k+1} : 6$

Thật vậy, ta có

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= (k+1)^3 + 11(k+1) \\ &= k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 11k + 11 \\ &= (k^3 + 11k) + 3(k^2 + k + 4) = S_k + 3(k^2 + k + 4) \end{aligned}$$

Giải bài 2 trang 82 sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 11