

GIẢI BÀI 2 TRANG 145 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

Đề bài

Cho hàm số: $y = -\frac{1}{3}x^3 + (a-1)x^2 + (a+3)x - 4$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C) của hàm số khi $a = 0$.
b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.

Hướng dẫn giải

+) Thay $a = 0$ vào hàm số sau đó khảo sát và vẽ đồ thị hàm số theo các bước đã được học.

+) Hình phẳng được giới hạn bởi đường các đồ thị hàm số $y = f(x)$; $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$; $x = b$ ($a < b$) có diện tích được tính bởi công

thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

ĐÁP ÁN BÀI 2 TRANG 145 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12

a) Khi $a = 0$ ta có hàm số: $y = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x - 4$

- Tập xác định: $(-\infty; +\infty)$

- Sự biến thiên: $y' = -x^2 - 2x + 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -3$

Trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Trên khoảng $(-3; 1)$, $y' > 0$

- Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CD} = -\frac{7}{3}$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$, $y_{CT} = -13$

- giới hạn vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$

Bảng biến thiên:

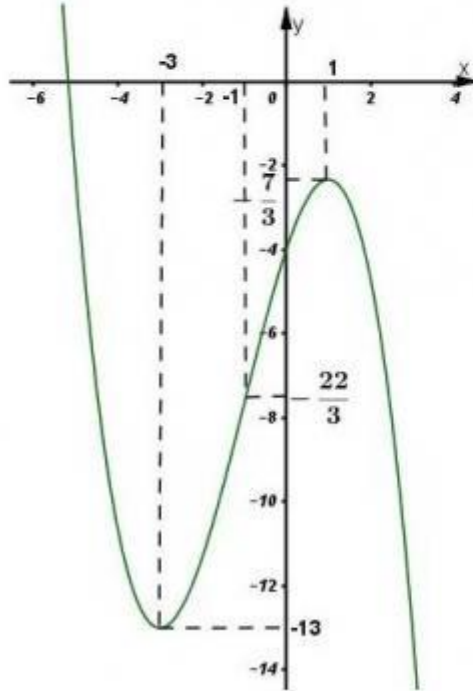
x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		-13		$-\frac{7}{3}$		$-\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			$-\frac{7}{3}$		$-\infty$

\swarrow -13 \nearrow \searrow

Đồ thị hàm số:



Đồ thị cắt trục tung tại $y = -4$

Đồ thị cắt trục hoành tại $x \approx 5,18$

b) Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x - 4$ đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$ nên:

$$y < y(1) = -\frac{7}{3} < 0, \forall x \in (-3; 1)$$

Do đó, diện tích cần tính là:

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-1}^1 \left| -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x - 4 \right| dx = \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 4 \right) dx \\
 &= \left(\frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 4x - 1 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{23}{12} + \frac{27}{4} = \frac{26}{3}.
 \end{aligned}$$