# GIẢI BÀI 1 TRANG 145 SÁCH GIÁO KHOA GIẢI TÍCH LỚP 12

**Đề bài**

Cho hàm số: $\mathbf{f(x)=ax^2-2(a+1)x+a+2(a\neq 0)}$

a) Chứng tỏ rằng phương trình **f ( x ) = 0** luôn có nghiệm thực. Tính các nghiệm đó.

b) Tính tổng **S** và tích **P** của các nghiệm của phương trình **f ( x ) = 0** . Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số của **S** và **P** theo a .

**Hướng dẫn giải**

a) Nhẩm nghiệm, đưa phương trình **f ( x ) = 0** về dạng phương trình tích để tìm nghiệm của phương trình.

b) Dựa vào hệ thức Vi-ét để tính tổng và tích các nghiệm của phương trình f ( x ) = 0.

+) Khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số và vẽ đồ thị hàm số qua các bước đã được học.

Ta có: $f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + a + 2 = (x-1)(ax-a-2)$ nên phương trình $f(x) = 0$ luôn có hai nghiệm thực là:

$x = 1$ và $x = \frac{a+2}{a}$.

Theo định lí Vi-et, tổng và tích của các nghiệm đó là:

$S = \frac{2a+2}{a}, P = \frac{a+2}{a}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $S = \frac{2a+2}{a} = 2 + \frac{2}{a}$

- Tập xác định : $(-\infty; 0) \cup (0, +\infty)$

- Sự biến thiên: $S' = -\frac{2}{a^2} < 0, \forall a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$

- Cực trị: Hàm số không có cực trị.

- Giới hạn tại vô cực và tiệm cận ngang.

$$\lim_{a \to +\infty} S = \lim_{a \to +\infty} (2 + \frac{2}{a}) = 2$$

$$\lim_{a \to -\infty} S = \lim_{a \to -\infty} (2 + \frac{2}{a}) = 2$$

Vậy $S = 2$ là tiệm cận ngang

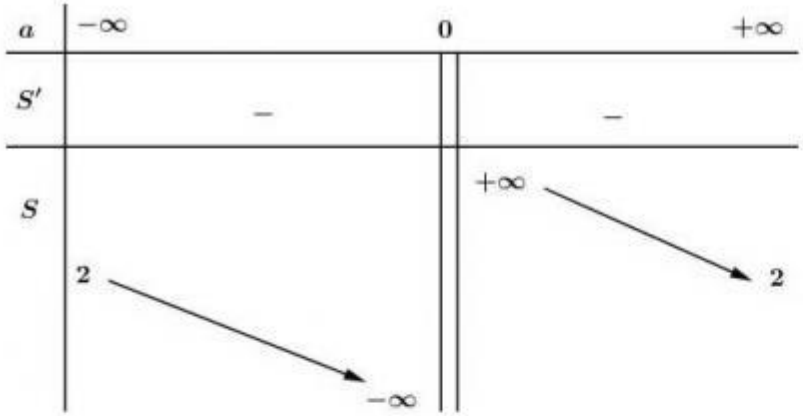
- Giới hạn vô cực và tiệm cận đứng:

$$\lim_{a \to 0^+} S = \lim_{a \to 0^+} (2 + \frac{2}{a}) = +\infty$$

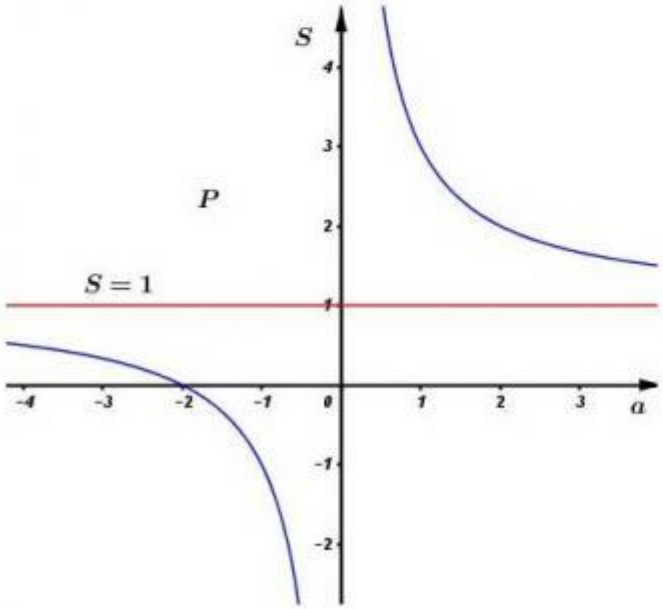
$$\lim_{a \to 0} S = \lim_{a \to 0} (2 + \frac{2}{a}) = -\infty$$

Vậy $a = 0$ là tiệm cận đứng.

- Bảng biến thiên:




Đồ thị hàm số:




Đồ thị không cắt trục tung, cắt trục hoành tại $a = -1$

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $P = \frac{a+2}{a} = 1 + \frac{2}{a}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

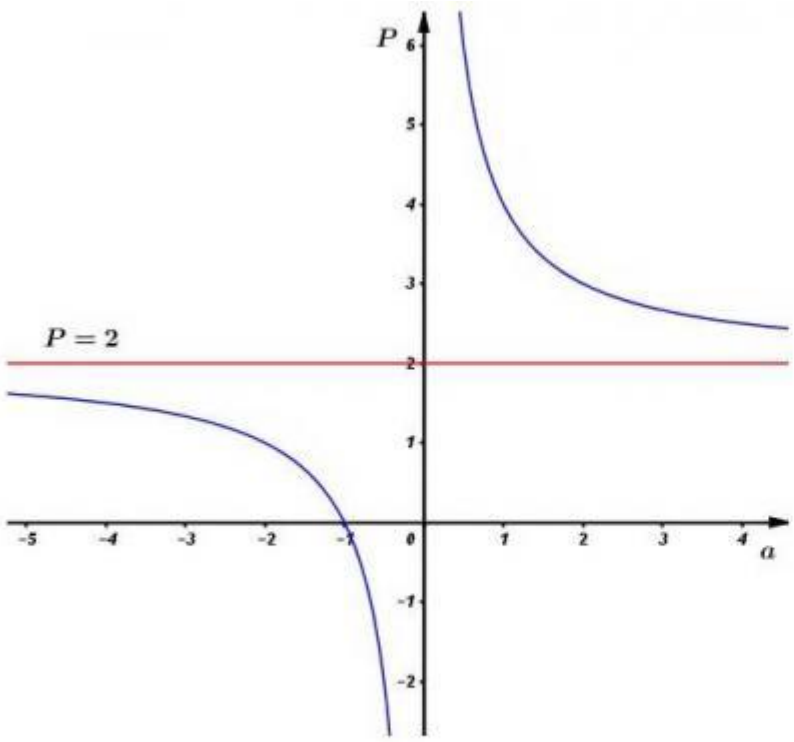
$P' = \frac{-2}{a^2} < 0, \forall a \in D$

$\lim\limits_{a \to 0^-} S = -\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $a = 0$

$\lim\limits_{a \to \pm\infty} S = 1 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $P = 1$

| $a$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $P$ | $1$ | ↘ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↘ | $1$ |

Đồ thị hàm số:




Ngoài ra: đồ thị hàm số $P = \frac{a+2}{a} = 1 + \frac{2}{a}$ có thể nhận được bằng cách tịnh tiến đồ thị $S = \frac{2a+2}{a} = 2 + \frac{2}{a}$ dọc theo trục tung xuống phía dưới $1$ đơn vị.