

Giải bài 4 trang 154 sgk toán Đại Số lớp 10

Đề bài:

Chứng minh các đẳng thức sau

$$a) \frac{\cos(a-b)}{\cos(a+b)} = \frac{\cot a \cot b + 1}{\cot a \cot b - 1}$$

$$b) \sin(a+b) \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a$$

$$c) \cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \sin^2 a$$

Đáp án:

a) Áp dụng công thức $\cos(a+b)$ với VT sau đó chia cả tử và mẫu cho $\sin a \sin b$ ta được:

$$\begin{aligned} VT &= \frac{\cos a \cos b + \sin a \sin b}{\cos a \cos b - \sin a \sin b} \\ &= \frac{\frac{\cos a \cos b}{\sin a \sin b} + 1}{\frac{\cos a \cos b}{\sin a \sin b} - 1} = \frac{\cot a \cot b + 1}{\cot a \cot b - 1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) VT &= [\sin a \cos b + \cos a \sin b] \\ &[\sin a \cos b - \cos a \sin a] \\ &= (\sin a \cos b)^2 - (\cos a \sin b)^2 \\ &= \sin^2 a (1 - \sin^2 b) - (1 - \sin^2 a) \sin^2 b \\ &= \sin^2 a - \sin^2 b \text{ (đpcm)} \\ &= \cos^2 b (1 - \cos^2 a) - \cos^2 a (1 - \cos^2 b) \\ &= \cos^2 b - \cos^2 a \text{ (đpcm)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) VT &= (\cos a \cos b - \sin a \sin b) \cdot \\ &(\cos a \cos b + \sin a \sin b) \\ &= (\cos a \cos b)^2 - (\sin a \sin b)^2 \\ &= \cos^2 a (1 - \sin^2 b) - (1 - \cos^2 a) \sin^2 b \\ &= \cos^2 a - \sin^2 b \text{ (đpcm)} \\ &= \cos^2 b (1 - \sin^2 a) - (1 - \cos^2 b) \sin^2 a \\ &= \cos^2 b - \sin^2 a \text{ (đpcm)} \end{aligned}$$