GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 4 TRANG 113 SGK GIẢI TÍCH

Đề bài

Sử dụng phương pháp tích phân tưng phần, hãy tính tích phân:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+1)sinxdx$; b) $\int_1^e x^2lnxdx$

c) $\int_0^1 ln(1+x))dx$; d) $\int_0^1(x^2-2x-1)e^{-x}dx$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tích phân từng phần: $\int\limits_a^b udv = uv|_a^b - \int\limits_a^b vdu$.

a) Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \sin x dx \end{cases}$

b) Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2dx \end{cases}$

c) Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = dx \end{cases}$

d) Đặt $\begin{cases} u = x^2-2x-1 \\ dv = e^{-x}dx \end{cases}$

ĐÁP ÁN BÀI 4 TRANG 113 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12

a) Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\sin x dx = -(x+1)\cos x|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= -(x+1)\cos x|_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin x|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1+1 = 2$$

b) Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_1^e x^2 \ln x dx = \left(\ln x.\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^e - \frac{1}{3}\int_1^e x^2 dx$$

$$= \left(\ln x.\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^e - \frac{x^3}{9}\Big|_1^e$$

$$= \frac{e^3}{3} - \left(\frac{e^3}{9} - \frac{1}{9}\right) = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{9}(2e^3+1)$$

c) Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{1+x} \\ v = x \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_0^1 \ln(x+1)dx = (x.\ln(1+x))|_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{x+1}dx$$

$$= (x.\ln(1+x))|_0^1 - \int_0^1 \frac{x+1-1}{x+1}dx$$

$$= (x.\ln(1+x))|_0^1 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)dx$$

$$= (x.\ln(1+x))|_0^1 - (x - \ln|x+1|)|_0^1$$

$$= \ln 2 - (1 - \ln 2) = 2\ln 2 - 1$$

d) Đặt $\begin{cases} u = x^2 - 2x + 1 \\ dv = e^{-x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (2x-2)\,dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_0^1 (x^2-2x-1)\,e^{-x}dx = -e^{-x}\,(x^2-2x-1)|_0^1 + 2\int_0^1 (x-1)\,e^{-x}dx$$

$$= -e^{-x}\,(x^2-2x-1)|_0^1 + 2I_1$$

$$= 2e^{-1} - 1 + 2I_1$$

Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ dv = -e^{-x} \end{cases}$

$$\Rightarrow I_1 = -e^{-x}\,(x-1)|_0^1 + \int_0^1 e^{-x}dx$$

$$= -e^{-x}\,(x-1)|_0^1 - e^{-x}|_0^1$$

$$= -1 - (e^{-1} - 1) = -e^{-1}$$

Vậy $I = 2e^{-1} - 1 - 2e^{-1} = -1$.