

## Đề bài

Sử dụng phương pháp biến số, hãy tính:

a)  $\int (1-x)^9 dx$  (đặt  $u = 1-x$ );

b)  $\int x(1+x^2)^{\frac{3}{2}} dx$  (đặt  $u = 1+x^2$ );

c)  $\int \cos^3 x \sin x dx$  (đặt  $t = \cos x$ );

d)  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x} + 2}$  (đặt  $u = e^x + 1$ ).

## Hướng dẫn giải

+) Đặt  $u = u(x) \Rightarrow du = u'(x) dx$ .

+) Khi đó:  $\Rightarrow I = \int f(x) dx = \int g(u) du$ .

+) Sau đó sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản để tìm nguyên hàm của hàm ẩn  $u$ .

+) Suy ra nguyên hàm của hàm số ẩn  $x$ .

a) Cách 1: Đặt  $u = 1 - x \Rightarrow du = -dx$ . Khi đó ta được  $-\int u^9 du = -\frac{1}{10}u^{10} + C$

$$\text{Suy ra } \int (1-x)^9 dx = -\frac{(1-x)^{10}}{10} + C$$

$$\text{Cách 2: } \int (1-x)^9 dx = -\int (1-x)^9 d(1-x) = -\frac{(1-x)^{10}}{10} + C$$

b)  $\int x(1+x^2)^{\frac{3}{2}} dx.$

Cách 1: Đặt  $u = 1 + x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du.$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{2} u^{\frac{3}{2}} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + C = \frac{u^{\frac{5}{2}}}{5} + C = \frac{(1+x^2)^{\frac{5}{2}}}{5} + C.$$

Cách 2:

$$\int x(1+x^2)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{1}{2} \int (1+x^2)^{\frac{3}{2}} d(1+x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} (1+x^2)^{\frac{5}{2}} + C = \frac{1}{5} \cdot (1+x^2)^{\frac{5}{2}} + C$$

c)  $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx.$

Cách 1: Đặt:  $t = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx.$

$$\Rightarrow \int \cos^3 x \cdot \sin x dx = \int -u^3 du$$

$$= -\frac{1}{4} u^4 + C = -\frac{1}{4} \cos^4 x + C.$$

Cách 2:

$$\int \cos^3 x \sin x dx = -\int \cos^3 x d(\cos x)$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \cos^4 x + C.$$

d)  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x} + 2}.$

Cách 1:

$$\text{Ta có: } e^x + e^{-x} + 2 = e^x + \frac{1}{e^x} + 2 = \frac{e^{2x} + 2e^x + 1}{e^x} = \frac{(e^x + 1)^2}{e^x}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{e^x + e^{-x} + 2} = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}.$$

Đặt  $u = e^x + 1 \Rightarrow du = e^x dx.$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{e^x + e^{-x} + 2} = \int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + C = -\frac{1}{e^x + 1} + C.$$

Cách 2:

$$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x} + 2} = \int \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1} dx$$

$$= \int \frac{d(e^x + 1)}{(e^x + 1)^2} dx = \frac{-1}{e^x + 1} + C.$$

