

GIẢI TOÁN LỚP 12: ĐÁP ÁN BÀI 2 TRANG 100 SGK GIẢI TÍCH

Đề bài

Tìm nguyên hàm của các hàm số sau?

a) $f(x) = \frac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x}};$

b) $f(x) = \frac{2^x-1}{e^x}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x};$

d) $f(x) = \sin 5x \cdot \cos 3x$

e) $f(x) = \tan^2 x$

g) $f(x) = e^{3-2x}$

h) $f(x) = \frac{1}{(1+x)(1-2x)};$

Hướng dẫn giải

+) Biến đổi các biểu thức cần tính nguyên hàm về các hàm số dạng cơ bản.

+) Sau đó sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản để làm bài toán:

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C; \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$$

$$\int e^x dx = e^x + C; \quad \int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C; \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C;$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \dots$$

ĐÁP ÁN BÀI 2 TRANG 100 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12

a) Điều kiện $x > 0$. Thực hiện chia tử cho mẫu ta được:

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{x+x^{\frac{1}{2}}+1}{x^{\frac{1}{3}}} \\&= x^{1-\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} \\&= x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{6}} + x^{-\frac{1}{3}}. \\&\Rightarrow \int f(x)dx = \int (x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{6}} + x^{-\frac{1}{3}})dx \\&= \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b) \quad f(x) &= \frac{2^x-1}{e^x} = \left(\frac{2}{e}\right)^x - e^{-x}. \\&\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int \left(\left(\frac{2}{e}\right)^x - e^{-x}\right)dx \\&= \frac{\left(\frac{2}{e}\right)^x}{\ln\left(\frac{2}{e}\right)} + e^{-x} + C = \frac{2^x}{e^x(\ln 2-1)} + \frac{1}{e^x} + C \\&= \frac{2^x+\ln 2-1}{e^x(\ln 2-1)} + C.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c) \quad f(x) &= \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}. \\&\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right)dx \\&= -\cot x + \tan x + C = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} + C \\&= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} + C = \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{2}\sin 2x} + C = -2 \cot 2x + C.\end{aligned}$$

d) Áp dụng công thức biến tích thành tổng:

$$\begin{aligned}f(x) &= \sin 5x \cdot \cos 3x = \frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 2x) . \\ \Rightarrow F(x) &= \int f(x) dx = \int \frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 2x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{8} \cos 8x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C \\ &= -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} \cos 8x + \cos 2x \right) + C.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}e) \quad f(x) &= \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \\ \Rightarrow F(x) &= \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\ &= \tan x - x + C.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g) \quad f(x) &= e^{3-2x}. \\ \Rightarrow F(x) &= \int f(x) dx = \int e^{3-2x} dx \\ &= -\frac{1}{2} \int e^{3-2x} (3-2x)' dx = -\frac{1}{2} e^{3-2x} + C.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h) \text{ Ta có : } f(x) &= \frac{1}{(1+x)(1-2x)} = \frac{1}{3(x+1)} + \frac{2}{3(1-2x)} . \\ \Rightarrow \int \frac{dx}{(1+x)(1-2x)} &= \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1-2x} \right) dx \\ &= \frac{1}{3} (\ln |1+x|) - \ln |1-2x| + C \\ &= \frac{1}{3} \ln \left| \frac{1+x}{1-2x} \right| + C.\end{aligned}$$